AUFGABENGRUPPE A — **04.03.2020**

Hinweis: Von jeder Schülerin/jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

1. Gib die Lösungsmenge jeweils in aufzählender Form an; $\mathbb{G} = \mathbb{Z} = \{\ldots; -2; -1; 0; 1; 2; \ldots\}$.

   a) $(2x-1)^2 = 121$

   b) $(2x-5)^2 \cdot (3x-12) \cdot 11x > 0$

   c) $(2x-6)^2 \cdot (4x^2-16) \leq 0$

   d) $(2x-4)^6 \geq 64$

2. a) Gegeben sind die Dreiecksseiten $|AB| = |BC| = 5$ cm und $|AC| = 7{,}5$ cm.

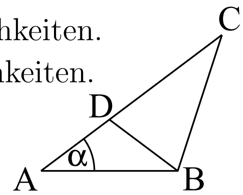
   (1) Konstruiere das Dreieck ABC.

   (2) Das Dreieck ABC soll zu einem Viereck $ABCD$ ergänzt werden.

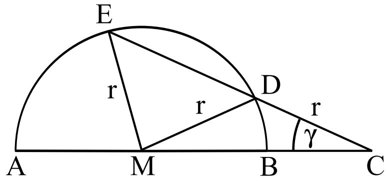
   (2.1) mit $|DC| = 5$ cm und $\sphericalangle BAD = 70°$. Konstruiere beide Möglichkeiten.

   (2.2) mit $|DC| = 5$ cm und $|AD| = |DB|$. Konstruiere beide Möglichkeiten.

   b) In der nebenstehenden Abbildung gilt $|AD| = |DB|$ und $|AB| = |BC| = |CD|$. Die Punkte A, D und C liegen auf einer Geraden. Bestimme den Winkel α.

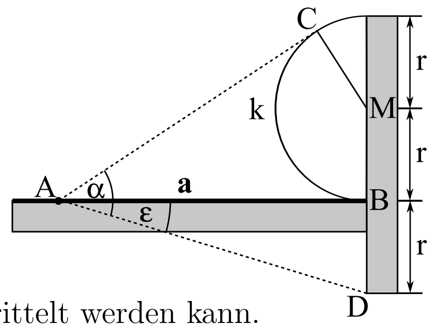


3. Nur mit Zirkel und Lineal kann man einen Winkel halbieren, aber nicht dritteln. Archimedes hat um 300 v. Chr. ein Verfahren zur Dreiteilung eines Winkels entwickelt.



   a) Zeige, dass im nebenstehenden Bild gilt: $\sphericalangle EMA = 3\gamma$.

   b) Mit dem nebenstehend abgebildeten Gerät (grau gefärbt) kann man $\alpha = \sphericalangle CAD$ dritteln: Man legt die Kante $\boldsymbol{a}$ so durch den Scheitel A des Winkels α, dass ein Schenkel durch D verläuft und der andere den Kreis k berührt.



   (1) Zeige: $\varepsilon = \frac{1}{3}\alpha$

   (2) Es sei $|AB| = 4r$. Bestimme durch Konstruktion und Messung den kleinstmöglichen Winkel, der so gedrittelt werden kann.

4. In der nebenstehenden Tabelle finden sich die Anzahl der 400 Testteilnehmer, bei denen ein Medikament bzw. ein Placebo (eine wie das Medikament aussehende Tablette ohne Wirkstoff) gewirkt bzw. nicht gewirkt hat.

	Wirkung	Keine Wirkung	Summe
Medikament	$a = 65$	b	260
Placebo	c	d	e
Summe	79	f	400

   a) Bestimme die Werte b, c, d, e und f aus der Tabelle.

   b) Bestimme den prozentualen Anteil der Teilnehmer, die das Medikament verabreicht bekamen.

   c) Ein zufällig ausgewählter Teilnehmer hat das Medikament erhalten. Begründe, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass es bei ihm gewirkt hat, 25 % beträgt.

   d) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass irgendein Testteilnehmer ein Placebo einnimmt und dieses eine Wirkung zeigt?

   e) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Placebo eine Wirkung zeigt?

   Man vergleicht die Wirksamkeit eines Medikaments mit der eines Placebos über die Werte a, b, c, d aus obiger Tabelle mittels der folgenden Formel: $q = (a : b) : (c : d)$.
   $q = 2$ bedeutet beispielsweise: Die Chance, dass das Medikament wirkt, ist doppelt so groß wie die Chance, dass das Placebo wirkt.

   f) Berechne q mit den Daten aus der Studie.

   g) Die Wirksamkeit des Medikaments soll so verbessert werden, dass sich der Wert q auf 4 erhöht. Verändere die Werte in der Tabelle so, dass dies (bei gleicher Teilnehmerzahl) zutrifft.

5. Bei den folgenden Wahlen der Schülervertreter nehmen wir an, dass es keine Enthaltungen und keine ungültigen Stimmen gibt.

   a) Die 30 Schüler der Klasse 8a wählen ihren Klassensprecher. Zur Wahl stehen die Kandidaten Theo und Leon. Nach der Auswertung von 15 Stimmzetteln hat Theo $\frac{1}{3}$ dieser Stimmen erhalten.

      (1) Welchen Anteil aller Stimmen hat Theo, wenn die übrigen 15 Stimmen an Leon gehen?

      (2) Welchen Anteil aller Stimmen kann er maximal erzielen?

   b) In der Klasse 8b mit 31 Schülern stehen Miguel und Jenny zur Wahl. Es wurden 20 Stimmzettel ausgewertet. Wie viele Stimmen müssen bis hier mindestens auf Jenny entfallen, damit sie überhaupt eine Chance auf das Amt hat?

   c) Bei der Wahl des Mittelstufensprechers wurden 80 % der Stimmzettel ausgewertet: Auf Tim entfallen bis dahin 35 %, auf Kira 65 % der Stimmen. Begründe, weshalb Kira bereits jetzt ihre Wahl bejubelt und gib das Intervall an, in dem ihr Stimmenanteil liegen kann.

   d) Bei der Schulsprecherwahl hat sich nur die Kandidatin Greta gefunden. Sie gilt als gewählt, wenn sie mindestens die Hälfte der Stimmen erhält. Nachdem 90 % aller Stimmen ausgezählt sind, beträgt Gretas Stimmanteil 45 %. Wie viel Prozent der verbleibenden Stimmen benötigt sie mindestens, um in das Amt gewählt zu werden?

6. Beim Intervalltraining werden Phasen mit geringer Belastung der Dauer P1 und Phasen mit starker Belastung der Dauer P2 abgewechselt. P1 ist stets größer als P2. Jedes Training wird mit einer P1-Phase begonnen und beendet. P1 und P2 werden in ganzen Minuten angegeben.

   a) Für Pia gilt: P1 = 5 und P2 = 1.

      (1) Wie lange dauert ein Training mit drei P2-Phasen?

      (2) Wie viele P2-Phasen passen in ein Training von 65 Minuten Dauer?

      (3) Pia trainiert seit 15 Minuten. Wie lange dauert es noch, bis die nächste P2-Phase beginnt?

   b) Emil trainiert seit 35 Minuten mit P1 = 8. Er weiß, dass die nächste P2-Phase in 6 Minuten beginnt. Berechne, wie lange eine P2-Phase für Emil dauert.

   c) Pia und Mike trainieren nebeneinander und haben zur gleichen Zeit begonnen. Pia trainiert mit P1 = 5 und P2 = 1. Mike trainiert mit P1 = 6 und P2 = 2.

      (1) In welcher Minute ihres Trainings sind sie beide erstmals gemeinsam in einer P2-Phase?

      (2) Wie viele Minuten insgesamt sind sie in der ersten halben Stunde in einer gleichen Phase?

      (3) Begründe, dass Pia und Mike unter Einhaltung der Regeln ihr Training nicht gleichzeitig abschließen können.

7. In der Multiplikationstabelle bestehen die Einträge aus den Produkten der natürlichen Zahlen der ersten Spalte und Zeile. Die fett gedruckten Zahlen bilden die Ecken eines „Quadrates“, auf dessen einer Diagonalen Quadratzahlen liegen. Die Endzahlen der anderen Diagonalen sind gleich. Man errechnet nun die Zahlen a, c und b, indem man die Differenz und die Summe der beiden Quadratzahlen sowie die Summe der beiden anderen Zahlen bildet, also z. B.:

·	1	2	3	4	5	6	7	...
1	1	2	3	4	5	6	7	...
2	2	**4**	6	8	**10**	12	14	...
3	3	6	9	12	15	18	21	...
4	4	8	12	16	20	24	28	...
5	5	**10**	15	20	**25**	30	35	...
6	6	12	18	24	30	36	42	...
7	7	14	21	28	35	42	49	...
...	...	...	...	...	...	...	...	...

$a = 25 - 4 = 21$ $\qquad$ $c = 25 + 4 = 29$ $\qquad$ $b = 10 + 10 = 20$

   a) Maxi vermutet: $a^2 + b^2 = c^2$. Weise dies für das Beispiel nach.

   b) Welche zwei Quadratzahlen aus der Tabelle muss man auswählen, damit man die Gleichungen

      (1) $3^2 + 4^2 = 5^2$ $\qquad$ (2) $5^2 + 12^2 = 13^2$ $\qquad$ (3) $33^2 + 56^2 = 65^2$

      erhält? Notiere deinen Lösungsweg.

   c) Betrachte die Gleichung $a^2 + b^2 = 41^2$. Gib ein mögliches Paar $(a|b)$ an (mit $a > 0$ und $b > 0$).

   d) Betrachte die Gleichung $a^2 + 24^2 = c^2$. Finde zwei mögliche Paare $(a|c)$ (mit $a > 0$ und $c > 0$).

AUFGABENGRUPPE B **04.03.2020**

Hinweis: Von jeder Schülerin/jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

1. Gib die Lösungsmenge jeweils in aufzählender Form an; $\mathbb{G} = \mathbb{Z} = \{\ldots; -2; -1; 0; 1; 2; \ldots\}$.

   a) $x + 2 \cdot (x - 3) < 6x - 3 \cdot (4x - 10)$

   b) $3 \cdot (x^2 - 14) - 6x = 2x^2 + (x - 2) \cdot (x - 5) - 60$

   c) $x^2 + 9 = 0$

   d) $\dfrac{6}{x+3} > 2$

2. a) Zeichne ein Koordinatensystem (1 LE $\hat{=}$ 1 cm) und beschrifte es. Trage anschließend die Punkte $A(0|8)$, $B(-4|4)$ und $C(0|0)$ ein.

   b) Gesucht ist der Punkt D, sodass sich ein Quadrat $ABCD$ ergibt. Zeichne das Quadrat $ABCD$ und gib die Koordinaten des Punktes D an.

   c) Verschiebe das Quadrat $ABCD$ so auf ein Quadrat $A'B'C'D'$, dass der Bildpunkt A' die Koordinaten $(0|4)$ besitzt.

   d) Berechne den Flächeninhalt des Vierecks $ACD'D$.

   e) Die Strecken $A'B'$ und BC schneiden sich im Punkt E. Die Strecken $A'D'$ und CD schneiden sich im Punkt F. Begründe ohne zu messen, dass der Flächeninhalt des Quadrats $ABCD$ viermal so groß ist wie der Flächeninhalt des Quadrats $A'ECF$.

   f) Bei einer anderen Verschiebung des Quadrats $ABCD$ ist die Fläche dieses Quadrats 16-mal so groß wie der Flächeninhalt des Quadrats $A'ECF$. Gib die Koordinaten des Bildpunktes A' bei dieser Verschiebung an.

3. a) Konstruiere das gleichschenklige Dreieck ABC mit der Basis $|AB| = c = 6$ cm und $h_c = 2{,}5$ cm.

   b) Konstruiere die beiden möglichen Dreiecke ABC mit $|AB| = c = 6$ cm, $\alpha = 50°$, $|BC| = a = 5$ cm.

   c) Die Seite $|AB| = c$ eines rechtwinkligen Dreiecks ABC ist 6 cm lang. Abhängig von der Höhe h_c lassen sich Dreiecke konstruieren, die sich durch die Lage des Punktes C unterscheiden.

      (1) Konstruiere alle vier möglichen rechtwinkligen Dreiecke ABC mit $h_c = 2{,}5$ cm.

      (2) Gib die Höhe h_c an, sodass es genau drei rechtwinklige Dreiecke gibt.

      (3) Gib eine Höhe h_c an, sodass es genau zwei rechtwinklige Dreiecke gibt.

4. Ein Rechteck $ABCD$ ist 4 cm breit und 10 cm lang.

   a) Um wie viel Prozent muss die Länge verändert werden, wenn

      (1) die Breite um 50 % verkürzt wird und der Flächeninhalt gleich bleibt?

      (2) die Breite um 25 % verlängert wird und der Flächeninhalt gleich bleibt?

      (3) die Breite um 100 % verlängert und der Flächeninhalt um 50 % kleiner wird?

   b) Sowohl die Länge als auch die Breite des Rechtecks $ABCD$ sollen so verändert werden, dass sich der Flächeninhalt um 150 % vergrößert. Gib für die Maße von Länge und Breite des neuen Rechtecks je ein Beispiel an,

      (1) wenn sich die Länge vergrößert und die Breite verkleinert.

      (2) wenn sich sowohl Länge als auch Breite vergrößern.

5. Der Getränkehersteller „MixIT“ produziert Flaschen mit Apfelschorle (A) und Flaschen mit Orangenschorle (O). „MixIT“ wirbt damit, dass man sich seinen Getränke-Pack beliebig zusammenstellen kann.

   a) (1) Gib alle sieben Kombinationsmöglichkeiten an, wie man ein 6er-Pack zusammenstellen kann.
      (2) Wie viele Möglichkeiten gibt es, ein 8er-Pack zusammenzustellen?
      (3) Das x-Pack bietet 25 Kombinationsmöglichkeiten an. Wie viele Flaschen enthält es?

   b) Im Sommer erweitert „MixIT“ sein Sortiment und stellt zusätzlich Johannisbeerschorle (J) her.
      (1) Wie viele Kombinationsmöglichkeiten gibt es für ein 6er-Pack, bei dem jede Getränkesorte mindestens einmal enthalten ist?
      (2) Finn fährt im Sommer 15 Tage in den Urlaub und hat von jeder Sorte mindestens eine Flasche dabei. Er stellt fest: „Ich kann mir für jeden Urlaubstag eine andere Kombination in einem 4er-Pack zusammenstellen.“ Zeige, dass Finn recht hat.

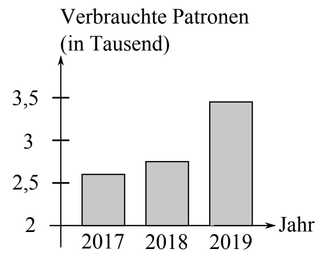
6. Bei einem automatischen Lufterfrischer kann man die zeitlichen Abstände zwischen zwei Sprühstößen einstellen. Die Tabelle gibt Auskunft über die Anzahl der Sprühstöße an einem Tag (24 h) und deren zeitlichen Abstand bei verschiedenen Modellen. Zu Beginn wird jeweils kein Sprühstoß abgegeben.

Modell	Sprühstöße	Zeitlicher Abstand
CleanAir	(a)	2 Stunden
Luftikus	(b)	45 Minuten
Freshy	48	(c)

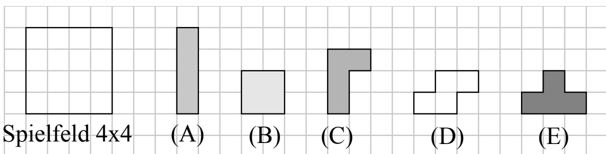
   a) Berechne die Werte (a), (b) und (c) der Tabelle.

   b) Bei „Freshy NEW“ liest man auf der Verpackung, dass eine Patrone 60 Tage reicht, wenn automatisch alle 36 Minuten ein Sprühstoß erfolgt.
      (1) Wie viele Sprühstöße macht „Freshy NEW“ insgesamt?
      (2) Die Patrone soll 100 Tage reichen. In welchem zeitlichen Abstand müsste ein Sprühstoß erfolgen?

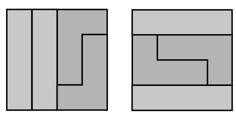
   c) Die Grafik zeigt die Anzahl der verbrauchten Patronen in den öffentlichen Gebäuden der Gemeinde Hessenburg in den letzten drei Jahren. Beurteile damit die folgenden Aussagen:
      A: Der Verbrauch hat sich 2019 im Vergleich zu 2017 etwa verdoppelt.
      B: 2016 wurden weniger als 2500 Patronen verbraucht.



7. Das Ziel des Spiels „Lückenfüller“ ist es, Möglichkeiten zu finden, ein 4x4 Kästchen großes Spielfeld lückenlos zu füllen. Dazu stehen von jeder Form (A) bis (E) jeweils vier Spielsteine zur Verfügung. Diese dürfen um 90°, 180° oder 270° gedreht, verschoben, aber nicht gespiegelt werden. Ein Drehen des ausgefüllten Spielfeldes stellt keine neue Möglichkeit dar.



Beispiele: Diese Beispiele zeigen zwei verschiedene Möglichkeiten, wie man das Spielfeld mit Spielsteinen der Formen A und C füllen kann.



   a) Zum Füllen sollen nur Spielsteine einer Form verwendet werden.
      Zeichne, falls möglich, für jede Form ein Beispiel.

   b) Nun sollen Spielsteine mit genau zwei unterschiedlichen Formen verwendet werden.
      Zeichne jeweils
      (1) zwei unterschiedliche Möglichkeiten mit Spielsteinen der Formen A und B.
      (2) eine Möglichkeit mit Spielsteinen der Formen B und C.
      (3) eine Möglichkeit mit Spielsteinen der Formen C und D.

   c) Zeichne vier unterschiedliche Möglichkeiten, bei denen Spielsteine mit mindestens drei unterschiedlichen Formen verwendet werden.

AUFGABENGRUPPE C 04.03.2020

Hinweis: Von jeder Schülerin/jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

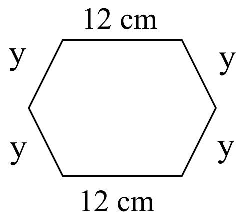
1. a) Berechne x.

   (1) $26x + 10 = 530$

   (2) $8x - 15 = 10x + 21$

   (3) $0{,}6 + 3x - 2{,}4 = 9$

   b) (1) Erstelle einen Term für die Berechnung des Umfangs des abgebildeten Sechsecks.
   Fasse den Term so weit wie möglich zusammen.

   (2) Das Sechseck hat einen Umfang von 80 cm.
   Berechne die Länge von y.

2. Bei einer Umfrage zum Thema „Mobile Medien“ wurden jeweils 800 Jugendliche in den Jahren 2016 und 2018 befragt.

   a) Im Jahr 2018 besaßen 92 % der Jugendlichen ein eigenes Smartphone.
   Ein Viertel der Smartphonebesitzer hatte zusätzlich ein eigenes Tablet.

   (1) Wie viele Jugendliche besaßen ein eigenes Smartphone?

   (2) Wie viele Jugendliche besaßen zusätzlich ein eigenes Tablet?

   b) Im Jahr 2018 gaben 560 der 800 befragten Jugendlichen an, dass sie mehr als vier Stunden täglich ihr Smartphone nutzten. Berechne, wie viel Prozent der Jugendlichen das waren.

   c) Im Jahr 2016 nutzten 400 der befragten Jugendlichen eine Fahrplan-App. Im Jahr 2018 waren es bereits 640 der Jugendlichen. Berechne, um wie viel Prozent die Anzahl der jugendlichen Nutzer im Jahr 2018 im Vergleich zum Jahr 2016 gestiegen war.

3. Luke und Tom wollen gemeinsam eine Escape Room Location besuchen. Sie informieren sich über Preise und mögliche Themenräume. Jeder Themenraum hat einen festen Preis.

   a) (1) Luke und Tom entscheiden sich für den Themenraum „Goldrausch“. Jeder von ihnen müsste dann 52,50 € für den Besuch zahlen. Vier Freunde von ihnen wollen nun auch mitkommen. Berechne, wie viel Euro pro Person der Besuch des Themenraums jetzt kosten würde.

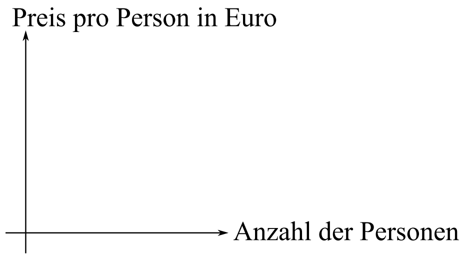
   (2) Luke schlägt seiner Klasse einen Besuch in dieser Escape Room Location vor. Die Klassenlehrerin bucht viermal den Themenraum „Goldrausch“ und sammelt pro Schüler und Schülerin 16,80 € ein. Berechne, wie viele Schüler und Schülerinnen insgesamt in der Klasse sind.

   b) Der Themenraum „Labor“ kann von höchstens 5 Personen genutzt werden und kostet 90 €.

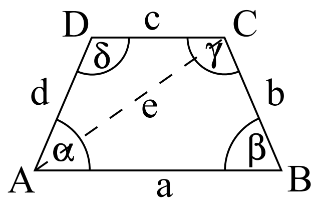
   (1) Übertrage die Tabelle und ergänze die fehlenden Werte.

Anzahl der Personen	1	2	3	4	5
Preis pro Person in €	90				

   (2) Zeichne ein geeignetes Koordinatensystem und trage die Wertepaare aus der Tabelle ein.

4. a) Zeichne die nachfolgenden achsensymmetrischen Trapeze $ABCD$ und beschrifte die Eckpunkte. Die Seiten a und c sind parallel zueinander.

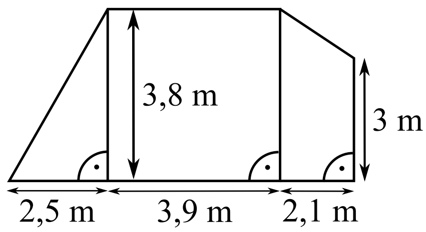


(1) $a = 8$ cm, $\alpha = \beta = 75°$ und $b = d = 4{,}8$ cm

(2) $a = 7$ cm, $b = d = 4$ cm, $e = 6$ cm und $\alpha = \beta$

b) Wähle eines deiner gezeichneten Trapeze aus und markiere die Mittelpunkte der Seiten a, b, c und d. Verbinde diese Mittelpunkte so, dass ein neues Viereck entsteht.
Gib an, welches besondere Viereck so entstanden ist.

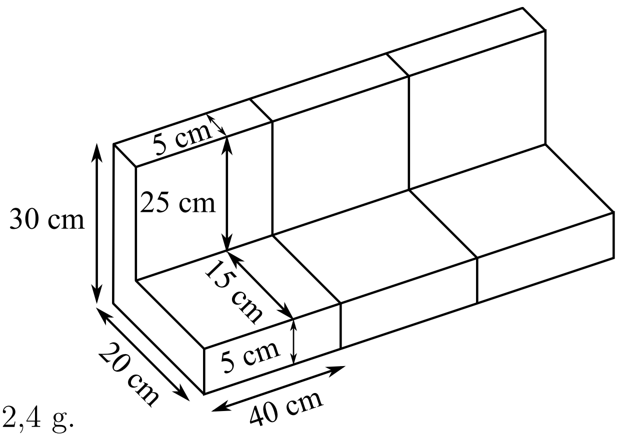
5. Die Figur zeigt die Grundfläche eines Balkons. Dieser Balkon soll mit Kunstrasen ausgelegt werden.



a) Berechne die Gesamtfläche der Figur.

b) Für das Verlegen des Kunstrasens müssen 6 m^2 Verschnitt eingeplant werden. Ein Quadratmeter Kunstrasen kostet 34,90 €. Berechne die Kosten für den Kunstrasen. Runde dazu die benötigte Kunstrasenfläche auf ganze Quadratmeter.

6. In Annes Garten soll ein Blumenbeet mit L-Steinen vom Rasen abgegrenzt werden (siehe Abbildung mit drei Steinen nebeneinander). Das Beet hat eine Länge von 10 m.



a) Berechne, wie viele Steine Anne braucht.

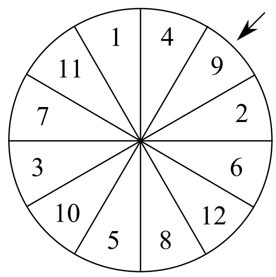
b) Anne möchte 30 Steine kaufen und überlegt, ob sie alle L-Steine mit ihrem Auto transportieren kann. Sie darf maximal 560 kg zuladen.

(1) Berechne das Volumen eines L-Steines.

(2) Ein Kubikzentimeter des Materials wiegt 2,4 g. Berechne, wie schwer ein L-Stein ist.

(3) Darf Anne alle L-Steine auf einmal transportieren? Begründe deine Antwort durch eine Rechnung.

7. Das abgebildete Glücksrad hat 12 gleich große Felder und ist mit den Zahlen 1 bis 12 beschriftet. Der Pfeil zeigt nach dem Drehen immer zufällig auch ein Feld.



a) Es wird einmal gedreht.

(1) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Pfeil auf ein Feld mit der Zahl 1 zeigt?

(2) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Pfeil auf ein Feld mit einer Zahl zeigt, die kleiner als 9 ist?

(3) Nenne ein Ereignis, das eine Wahrscheinlichkeit von 25 % hat.

b) Es wird zweimal gedreht.

(1) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Pfeil zuerst auf ein Feld mit der Zahl 6 und dann auf ein Feld mit der Zahl 4 zeigt?

(2) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Pfeil einmal auf ein Feld mit der Zahl 2 und einmal auf ein Feld mit der Zahl 8 zeigt? Die Reihenfolge spielt keine Rolle.

(3) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Summe der beiden Zahlen 5 ergibt?