

AUFGABEN DER GRUPPE A

Hinweis: Von jeder Schülerin / jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

1. Gib jeweils die Lösungsmenge in aufzählender Form an; $G = \mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$.

a) $x^2(x - 3) \geq 0$

b) $x(x - 3) \geq 0$

c) $x^3 - 9x = 0$

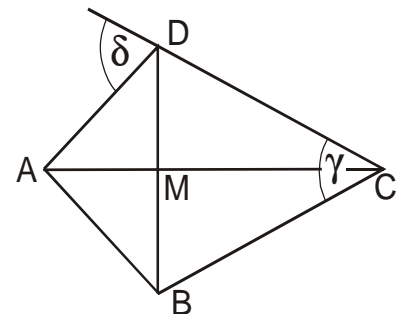
d) $x^2 - 9 = x + 3$

2. a) Konstruiere ein Dreieck ABC mit der Höhe $h_c = 4,5$ cm,

$\triangle ABC = \beta = 110^\circ$ und der Seitenhalbierenden $s_a = 7$ cm.

b) Konstruiere ein Viereck ABCD, dessen Eckpunkte auf einem Kreis mit $r = 5$ cm liegen, mit $|DC| = 7$ cm, $\triangle BDC = 50^\circ$ und $\triangle ACB = 60^\circ$.

c) Konstruiere ein Drachenviereck ABCD (siehe nebenstehende Skizze) mit $|AM| = 4$ cm, $\triangle DCB = \gamma = 60^\circ$ und $\delta = 70^\circ$.



3. Bestimme die positiven Zahlen a, b und c so, dass die Gleichung jeweils für alle Zahlen x erfüllt ist.

a) $x^2 + ax + 25 = (x + b)^2$

b) $cx^2 - 12x + 4 = (ax - b)^2$

c) $(x + a)^2 - 25 = x^2 + bx + 75$

d) $x^2 + ax + a = (x + b)^2$

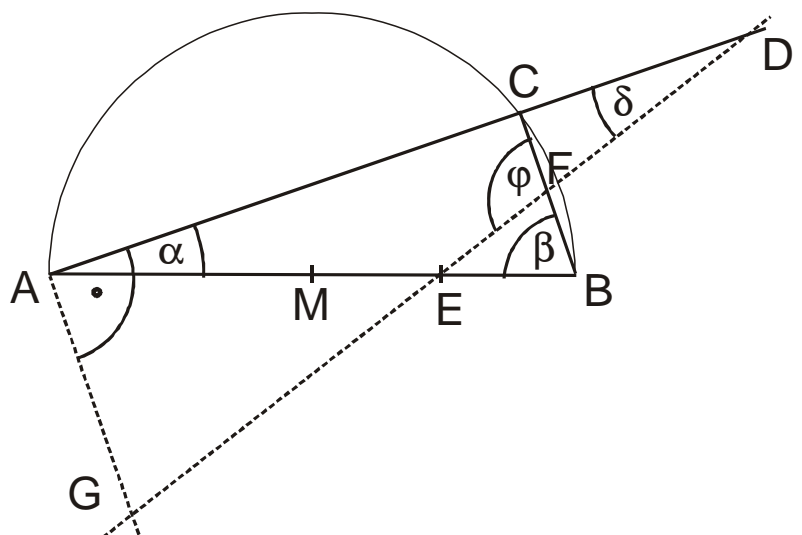
4. In der nebenstehenden Figur liegen die Punkte A, B und C auf einem Halbkreis, wobei \overline{AB} der Durchmesser und M der Mittelpunkt des Halbkreises ist. Es gilt:

$\triangle BAC = \alpha = 35^\circ$, $|ME| = |EB|$ und $EF \parallel MC$. Die Gerade EF schneidet die Gerade AC in D und schneidet die Senkrechte zu AC durch A in G.

a) Berechne $\triangle CDF = \delta$, $\triangle CFE = \varphi$ und $\triangle CBA = \beta$.

b) Zeige: Das Dreieck AGE ist gleichschenkelig.

c) Zeige: $AG \parallel BC$



5. In einigen Ländern wurden zum 1. Januar die Mehrwertsteuersätze verändert.
- Im Land A beträgt die Mehrwertsteuer nun 20 %.
 - Ein DVD-Player kostet ohne Mehrwertsteuer 128 €. Berechne den Verkaufspreis einschließlich Mehrwertsteuer.
 - Die Mehrwertsteuer für ein Fernsehgerät beträgt 88 €. Berechne den Verkaufspreis einschließlich Mehrwertsteuer.
 - Im Land B wurde die Mehrwertsteuer von 16 % auf 20 % erhöht. Nach dieser Erhöhung beträgt die Mehrwertsteuer für einen MP3-Player 10 €. Um wie viel Euro ist durch die Mehrwertsteuererhöhung der Preis gestiegen?
 - Vor dem 1. Januar betrug im Land C der Mehrwertsteuersatz 25 % und wurde nun auf 20 % gesenkt.
 - Um wie viel Prozent sank dadurch der Preis eines Artikels?
 - Bei gleichem Preis ohne Mehrwertsteuer zahlte man vor dem 1. Januar im Land C für ein Fahrrad 36 € mehr als im Land B. Berechne den Preis des Fahrrades ohne Mehrwertsteuer.

6. In einem „1-Euro-Shop“ gibt es nur ganzzahlige Preise. Es gibt Artikel für 1 € (aus dem gelben Korb), für 2 € (aus dem roten Korb) und für 5 € (aus dem blauen Korb). Tim, Julia und Marek kaufen aus jedem Korb mindestens einen Artikel.
- Übertrage die Tabelle und ergänze die fehlenden Werte! Zur 2. Frage (Julia) und zur 3. Frage (Marek) sind jeweils zwei verschiedene Möglichkeiten anzugeben.

		Anzahl der Artikel aus dem			Rechnungsbetrag
		gelben Korb	roten Korb	blauen Korb	
(1)	Tim	5	4	2	
(2)	Julia	8			60,00 €
	Julia	8			60,00 €
(3)	Marek		13		60,00 €
	Marek		13		60,00 €

- Carla bezahlt 60 €. Aus jedem Korb hat sie mindestens einen Artikel gekauft. Wie viele Artikel hat sie mindestens gekauft, wie viele höchstens?
 - Thomas kauft 17 Artikel und bezahlt 60 €. Wie viele Artikel hat er jeweils aus dem gelben, aus dem roten und aus dem blauen Korb genommen?
-
7. Enno und Tammo knobeln: Mit Handzeichen werden Papier, Schere und Stein dargestellt. Dabei gewinnt Papier gegen Stein, Stein gegen Schere und Schere gegen Papier. Wählen beide Spieler das gleiche Zeichen, geht das Spiel unentschieden aus.
- Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnt Enno, wenn er Stein wählt?
 - Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnt Enno, wenn er das Zeichen zufällig wählt?
 - Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Enno nach zwei Spielen mindestens einmal gewonnen hat?
 - Nun kommt noch Brunnen als Zeichen hinzu, wobei Brunnen sowohl Stein als auch Schere besiegt, gegen Papier aber verliert. Enno entscheidet sich jeweils zufällig für eines der vier Zeichen.
 - Tammo wählt Stein. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass er verliert?
 - Tammo wählt nun ein Zeichen zufällig. Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnt er?

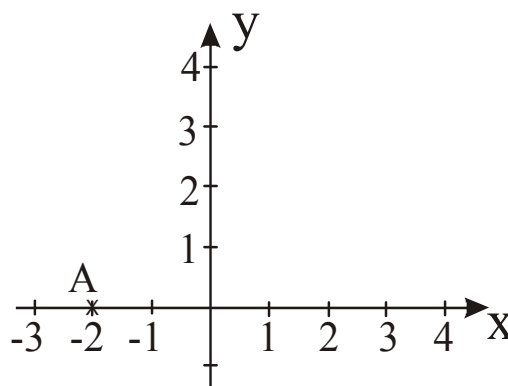
AUFGABEN DER GRUPPE B

Hinweis: Von jeder Schülerin / jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

1. Gib die Lösungsmenge jeweils in aufzählender Form an. $G = \mathbb{Z} = \{ \dots -2, -1, 0, 1, 2, \dots \}$.

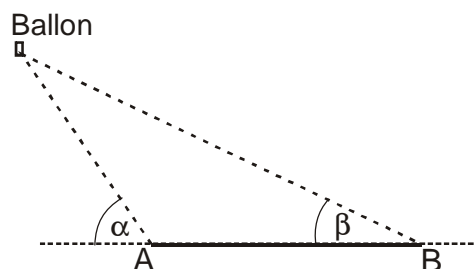
- a) $5(5x - 4) = 4(6 + 9x)$
- b) $6 + 2(7x - 5) = 17 - 3(4x + 8)$
- c) $(4x - 5)(5x - 4) = 2x(10x - 4) - 46$
- d) $x^2 - (12x + 15) < (x + 4)^2$

2. a) (1) Zeichne in ein Koordinatensystem (Einheit 1 cm) das Dreieck ABC mit $A(-2|0)$, $B(4|0)$ und $C(2|4)$.
 (2) Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks ABC.
- b) (1) Spiegele das Dreieck ABC an der y-Achse und notiere die Koordinaten A' , B' und C' .
 (2) Berechne den Flächeninhalt des Vierecks $AA'CC'$.
 (3) Berechne den Flächeninhalt des Vierecks $B'BCC'$.
- c) Das Dreieck ABC soll an einer Spiegelachse g, die parallel zur y-Achse verläuft, so gespiegelt werden, dass der Flächeninhalt des Vierecks $B''BCC''$ 32 cm^2 beträgt. Zeichne die Spiegelachse g ein.



3. a) Eine vierspurig geplante Autobahn soll 28 Millionen € kosten. Sie wird zunächst nur zweispurig gebaut, wodurch sich die Kosten um 27 % verringern. Wie hoch sind die Baukosten der zweispurigen Autobahn?
- b) Wie viele Kilometer zweispuriger Autobahn kann man mit 15,6 Millionen € bauen, wenn der Bau von 1 km Autobahn 2,4 Millionen € kostet?
- c) Von einer anderen Autobahn wird ein Teilstück verbreitert. Die Kosten betragen 2,6 Millionen €. Damit werden die vorgesehenen Kosten um 25 % überschritten. Wie hoch waren diese?
- d) Der Bau einer Autobahn wird zweimal verschoben. Zwischenzeitlich gab es eine Kostenerhöhungen von 3 % und anschließend stiegen diese Kosten noch einmal um 4 %. Um wie viel Prozent erhöhten sind die Kosten insgesamt?

4. a) Konstruiere das Dreieck ABC mit $|BC| = a = 5,4 \text{ cm}$, der Höhe $h_a = 3,8 \text{ cm}$ und $\gamma = 52^\circ$.
- b) Konstruiere das Dreieck ABC mit $|AC| = b = 4,6 \text{ cm}$, $\gamma = 72^\circ$ und der Seitenhalbierenden $s_a = 5 \text{ cm}$.
- c) Ein Heißluftballon wird gleichzeitig von zwei gleich hoch gelegenen Punkten A und B angepeilt. A ist von B 250 m entfernt. Von A aus erscheint der Ballon unter einem Winkel $\alpha = 65^\circ$, von B aus beträgt der entsprechende Winkel $\beta = 34^\circ$. (Siehe Skizze)
- (1) In welcher Höhe befindet sich der Ballon über dem Erdboden? Fertige dazu eine Zeichnung an, in der A und B 5 cm voneinander entfernt sind.
- (2) Gib den Maßstab deiner Zeichnung in der Form 1 : x an.



5. Bei einem Spiel werden die folgenden 6 Kärtchen in zwei Reihen angeordnet:



- a) **Die dabei entstehenden dreistelligen Zahlen werden addiert.**

Für die dargestellte Anordnung der Kärtchen ergibt sich demnach die Summe 777.

- (1) Notiere die größtmögliche Summe.
- (2) Nenne die größtmögliche **dreistellige** Summe.
- (3) Gib die kleinstmögliche Summe an.
- (4) Kai erhält bei seiner Anordnung der Kärtchen die Summe 849. Gib zwei mögliche Summanden ein.
Wie viele verschiedene Summanden gibt es insgesamt?

5	4	6
2	3	1
7	7	7

8	4	9

- b) **Die untere dreistellige Zahl wird von der oberen Zahl subtrahiert.**

- (1) Wie sind die Kärtchen anzuordnen, damit man die Differenz 111 erhält?
- (2) Notiere die kleinstmögliche Differenz, die größer als 0 ist.
- (3) Notiere die kleinstmögliche Differenz.

6. a) Beim Taxiunternehmen „Yellow“ kosten die ersten 7 Kilometer 1,40 € pro Kilometer, jeder weitere Kilometer 0,90 €.
- (1) Klaus fährt vom Bahnhof nach Hause, das sind 5,5 km. Wie viel muss er bezahlen?
 - (2) Yvonne fährt 17 Kilometer mit dem Taxi. Wie teuer ist diese Fahrt?
 - (3) Herr Schulze fährt vom Flughafen zum Hotel und gibt dem Fahrer 35 €. Darin sind 2,70 € Trinkgeld enthalten. Wie weit ist sein Hotel vom Flughafen entfernt?
- b) (1) Eine Taxifahrt kostet 23,20 €. Darin sind 16 % Mehrwertsteuer enthalten. Die Mehrwertsteuer wird 2007 auf 19 % erhöht. Wie viel kostet diese Taxifahrt dadurch mehr?
- (2) Um wie viel Prozent wird eine Ware durch die Mehrwertsteuererhöhung von 16 % auf 19 % teurer? Runde das Ergebnis auf eine Nachkommastelle.

7. Eine Münze wird viermal geworfen. Zahl (Z) zählt beim ersten Wurf 6 Punkte, beim zweiten Wurf 3 Punkte, beim dritten Wurf 2 Punkte und beim vierten Wurf 1 Punkt. Wappen (W) zählt 0 Punkte.
- a) **Die vier erreichten Zahlen werden addiert.** Beispiel: **WZZW** ergibt die Gesamtpunktzahl 5.
- (1) Welche Gesamtpunktzahlen können vorkommen? Gib 4 Möglichkeiten an.
 - (2) Wie viele mögliche Gesamtpunktzahlen können insgesamt vorkommen?
 - (3) Die Gesamtpunktzahl ist 8. Notiere die Reihenfolge der Würfe mit „Z“ und „W“
 - (4) Manche Gesamtpunktzahlen können auf zwei verschiedene Arten entstehen.
Beispiel: **WZWW** und **WWZZ** ergeben jeweils die Summe 3.
Gib für zwei weitere Gesamtpunktzahlen unterschiedliche Reihenfolgen an.
- b) **Die vier erreichten Zahlen werden multipliziert.** „W“ zählt jetzt 1 Punkt.
Beispiel: **ZZWZ** ergibt das Produkt $6 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 1 = 18$.
- (1) Das Produkt ist 6. Notiere die Würfe. Gib alle Möglichkeiten an!
 - (2) Notiere das größte und das kleinste Produkt, das auf diese Weise entstehen kann.

MATHEMATIK-WETTBEWERB 2005/2006 DES LANDES HESSEN

AUFGABEN DER GRUPPE C

Hinweis: Von jeder Schülerin / jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

1. a) Bestimme x.

(1) $4 + 2,5x - 0,5 = 11$

(2) $45x - 50 = 23x - 138$

(3) $6x + 6 \cdot (x+9) - 24 = 102$

b) Der Umfang eines Rechtecks beträgt 64 cm. Die Seite a ist 22 cm lang. Wie groß ist die Seite b? Stelle zuerst eine Gleichung auf.

2. a) Ein quaderförmiges Schwimmbecken ist 25 m lang, 15 m breit und 2,20 m tief. Das Becken soll neue Fliesen bekommen. Wie viel m^2 müssen gefliest werden?

b) Das Kinderbecken wird ebenfalls renoviert. Es soll eine Fläche von $113 m^2$ neu gestrichen werden. Die beauftragte Firma berechnet 29,00 € pro m^2 . Dazu kommen noch 16 % Mehrwertsteuer. Berechne den Endpreis.

c) Nach den Renovierungsarbeiten wird der Eintrittspreis von 4,50 € um 0,90 € erhöht. Um wie viel Prozent wird der Eintrittspreis erhöht?

d) Die Besucherzahl stieg im folgenden Monat um 5 %. Das waren 60 Personen. Wie viele Besucher waren es im Monat zuvor?

3. a) Eine Familie (Eltern, 2 Kinder von 10 und 14 Jahren) fährt für 2 Wochen in den Urlaub. Sie wollen eine Unterkunft mit Frühstück buchen.

(1) Berechne den Preis, wenn die Familie sich für zwei Doppelzimmer entscheidet.

(2) Wie hoch sind die Kosten, wenn die Familie das Appartement mietet?

b) Der Urlaubsort ist 950 km entfernt. Fährt man mit dem Auto, so rechnet man mit Kosten von 30 Cent pro gefahrenen Kilometer. Bei Anreise mit der Bahn zahlt man für die Hin- und Rückfahrt insgesamt 120 €. Kinder bis 11 Jahre zahlen den halben Preis. Berechne die gesamten Fahrtkosten mit dem Auto und der Bahn.

c) Wie groß ist der Unterschied zwischen dem teuersten und dem preiswertesten Urlaub? Berücksichtige dabei: die Kosten für Unterkunft, Frühstück und die Fahrt.

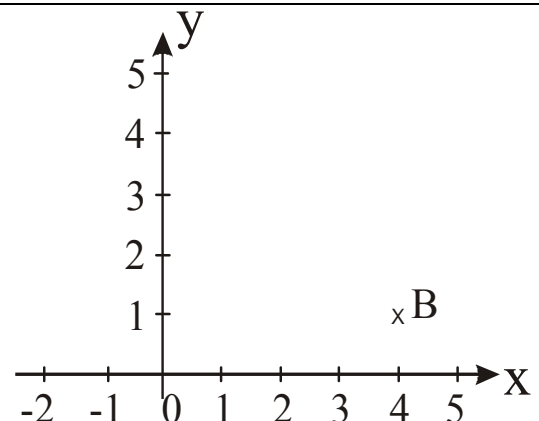
Ferienanlage Sonnenschein
Mietpreise pro Woche
Doppelzimmer 320 €
Appartement 3 – 5 Personen 480 €
Frühstücksbuffet 6,50 € pro Person und Tag

4. a) Zeichne die Punkte A(0|1), B(4|1), C(2|5) und D (0|5) in ein Koordinatensystem (Einheit 1 cm) und verbinde sie zu einem Trapez.

b) Spiegele das Trapez ABCD an der y-Achse und gib die Koordinaten der Bildpunkte B' und C' an.

c) Berechne den Flächeninhalt des Trapezes B'BCC'.

d) Bestimme die Koordinaten eines Punktes E so, dass das Viereck B'BCE ein Parallelogramm ist und berechne den Flächeninhalt des Parallelogramms B'BCE.



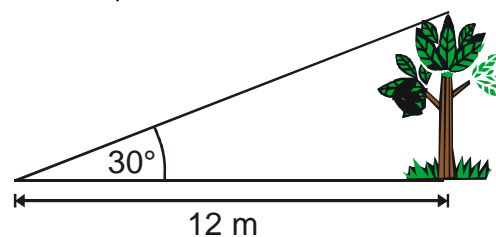
5. a) Die Tabelle zeigt den Kraftstoffverbrauch eines PKW. Ergänze die fehlenden Werte:

Strecke [km]	100	250		80
Verbrauch [Liter]	8		14	

- b) Ein zweites Auto verbraucht auf 100 km 9,2 Liter. Wie groß ist der Unterschied im Verbrauch der beiden Autos bei 400 km?
 c) Herr Lenz kauft ein Sparauto, das 4 Liter Kraftstoff auf 100 km verbraucht. Er tankt für 48,00 €. Ein Liter kostet 1,20 €. Wie weit kommt er mit dieser Tankfüllung?
 d) Im Stadtverkehr erhöht sich der Kraftstoffverbrauch aller drei Fahrzeuge um ein Viertel. Berechne jeweils den Verbrauch auf 100 Kilometer für alle drei Fahrzeuge im Stadtverkehr.

6. a) (1) Konstruiere das Dreieck ABC mit $|AC| = b = 8$ cm, $|AB| = c = 6$ cm und $\alpha = 25^\circ$.
 (2) Konstruiere das Dreieck ABC mit $|BC| = a = 7$ cm, $\beta = 40^\circ$ und $\gamma = 50^\circ$.
 (3) Konstruiere das gleichschenklige Dreieck ABC mit der Basis $|AB| = c = 6$ cm und $\gamma = 80^\circ$.

- b) Wie hoch ist der dargestellte Baum? Zeichne zunächst ein geeignetes Dreieck, wobei 1 cm in deiner Zeichnung 2 m in der Wirklichkeit entsprechen.



7. Die folgenden Uhrzeiten wurden in regelmäßigen Abständen abgelesen. Ergänze die fehlenden Uhrzeiten:

- a)

12:03	12:10	12:17		
-------	-------	-------	--	--
- b)

5:11	5:34	5:57		
------	------	------	--	--
- c)

16:05	18:30	20:55		
-------	-------	-------	--	--
- d)

		16:10	16:22	16:34
--	--	-------	-------	-------
- e)

18:50		21:10		23:30
-------	--	-------	--	-------