

# MATHEMATIK-WETTBEWERB 1998/99 DES LANDES HESSEN

**Hinweis : Von jeder Schülerin / jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.**

## AUFGABEN DER GRUPPE A

1. Zeichne in die beigelegten Koordinatensysteme alle Punkte  $(x|y)$  ein, die den angegebenen Bedingungen genügen:  $x, y$  sind ganze Zahlen mit  $-5 \leq x \leq 5$  und  $-5 \leq y \leq 5$ .

a)  $y > x + 2$  und  $y < 1 - x$

b)  $2x^2 + y^2 < 20$

c)  $x^2 \cdot y^2 > 20$

2. Beim Vergleich von Wahlergebnissen wird oft von einer Veränderung in **Prozentpunkten** gesprochen. Eine Zunahme um 4 Prozentpunkte bedeutet, dass eine Partei, die z.B. bei der vorherigen Wahl 40 % der Stimmen erreichte, nun 44 % der Stimmen erhielt.

a) Die A-Partei konnte ihren bisherigen Stimmenanteil von 8 % um 4 Prozentpunkte vergrößern; die B-Partei verringerte den bisherigen Stimmenanteil von 16 % um 4 Prozentpunkte. Berechne die jeweilige **prozentuale** Veränderung.

b) Die C-Partei konnte ihren Stimmenanteil um 5 Prozentpunkte vergrößern, dies entspricht einer prozentualen Zunahme um 20 %. Wie viel % erhielt diese Partei nun?

c) 1995 hatte die D-Partei gegenüber 1991 eine Zunahme um 10 Prozentpunkte zu verzeichnen, 1999 musste eine Abnahme um 6 Prozentpunkte festgestellt werden. Insgesamt hat diese Partei jedoch ihren Stimmenanteil innerhalb dieser 8 Jahre um 10 % vergrößert. Wie viel % der Stimmen erhielt diese Partei bei der Wahl im Jahre 1999?

d) Im Jahre 1995 gaben 80 % der Wähler eine gültige Stimme ab, davon erhielt die E-Partei 40 %. 1999 waren genau so viele Bürger wahlberechtigt, die E-Partei erhielt 50 % der gültigen Stimmen, dennoch bedeutete dies, dass 6,25 % ihrer damaligen Wähler die E-Partei nicht mehr gewählt hatten. Wie viel % der Bürger gaben 1999 eine gültige Stimme ab?

3. Die Kreise  $K_1$  und  $K_2$  um  $M_1$  und  $M_2$  haben denselben Radius.  $K_1$  geht durch  $M_2$ ,  $K_2$  durch  $M_1$ . Die Punkte C, S und B sowie die Punkte A,  $M_2$  und B liegen jeweils auf einer Geraden.

a) In der Zeichnung ist  $\alpha_1 = 40^\circ$ . Berechne die Größe folgender Winkel:

(1)  $\angle BM_2S$ ,

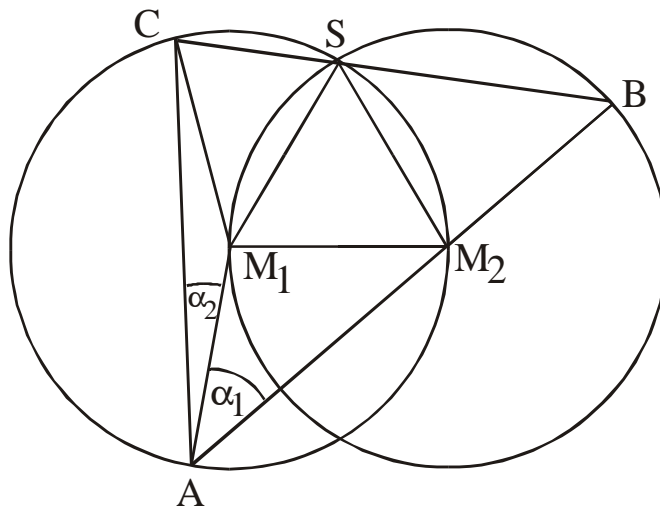
(2)  $\angle SBM_2$ ,

(3)  $\angle SM_1C$ ,

(4)  $\angle M_1AC = \alpha_2$ .

b) Bei einer entsprechenden Konstruktion ist  $\alpha_1 = \alpha_2$ . Berechne die Größe des Winkels

$\angle M_2AC = \alpha_1 + \alpha_2$ .



4. **Beweise:**

a) Sind in einem Dreieck ABC 2 Höhen gleich groß ( z.B.:  $h_a = h_b$  ), so ist das Dreieck gleichschenkelig.

b) In einem rechtwinkligen Dreieck ABC mit  $\gamma = 90^\circ$  ist stets  $h_c \leq \frac{c}{2}$ . Wann ist  $h_c = \frac{c}{2}$  ?

5.  $Z = 1 \square 2 \square 3 \square 4 \square 5 \square 6 \square 7 \square 8 \square 9$

a) Die Platzhalter sind durch '+', '-' zu ersetzen; Klammern sind nicht erlaubt. Z.B.:

$$Z = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 - 7 - 8 - 9 = -3$$

(1) Ersetze alle Platzhalter so, dass

$$Z = 35,$$

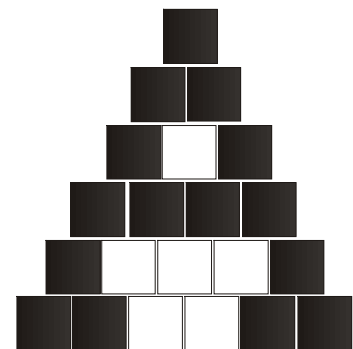
 $Z = 23$  ist. Gib jeweils eine Möglichkeit an.(2) Zeige, dass  $Z$  stets ungerade ist.

b) Die Platzhalter sind durch '+', '•' zu ersetzen; wobei mindestens einmal '+', und mindestens einmal '•' zu verwenden ist. Es können noch zusätzlich Klammern eingefügt werden.

(1) Ersetze die Platzhalter so, dass  $Z = 350$  ist.(2) Ersetze die Platzhalter so, dass  $Z$  ungerade ist. Gib 2 Möglichkeiten an. Das Produkt bzw. die Summe muss jedoch nicht berechnet werden!c) Es gilt  $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 = 362880$ . Gib die kleinste natürliche Zahl  $n$  an, so dass  $n \cdot 362880$  eine Quadratzahl ist.

6. Ein Muster wird aus weißen und schwarzen Quadraten entsprechend folgender Anleitung erstellt:

- In der obersten Reihe befindet sich ein schwarzes Quadrat.
- Die Anzahl der Quadrate vergrößert sich von Reihe zu Reihe jeweils um 1 Quadrat.
- Die beiden äußersten Quadrate sind jeweils schwarz.
- Die Farbe der übrigen Quadrate werden durch die Farbe der darüber liegenden Quadrate bestimmt. Es gilt:



a) Gib die 7. Reihe an

b) Die 16. Reihe besteht aus 16 schwarzen Quadraten.

(1) Gib die 15. Reihe an.

(2) Wie viele benachbarte weiße Quadrate enthält die Mitte der 29. Reihe?

(3) Welche Farbe besitzt in der 36. Reihe das 4. Quadrat von links?

(4) Welche Farbe besitzt in der 36. Reihe das 5. Quadrat von links?

7. Bei einem Schulfest veranstaltet eine Klasse ein Gewinnspiel. In 3 Kisten befinden sich jeweils 4 Kugeln, die von 1 bis 4 nummeriert sind. Ein Spieler zieht aus jeder Kiste mit verbundenen Augen eine Kugel. Stimmen die Nummern auf den 3 gezogenen Kugeln überein, so erhält der Spieler diese Nummer als Auszahlungsbetrag in DM.

a) Wie groß ist bei einem Spiel die Wahrscheinlichkeit für eine Auszahlung?

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei 2 Spielen der Auszahlungsbetrag insgesamt 4 DM beträgt?

c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei 3 Spielen mindestens 1 DM ausbezahlt wird?

d) Der Einsatz für jedes Spiel beträgt 1 DM. Mit welchem **Gewinn** kann die Klasse rechnen, wenn 400 Spiele durchgeführt werden?

e) (1) Mit welchem Auszahlungsbetrag muss die Klasse rechnen, wenn 1600 Spiele durchgeführt werden?

(2) Wie ist der Einsatz pro Spiel zu wählen, damit bei 1600 Spielen ein Gewinn von 550 DM erzielt wird?

**BITTE BEACHTEN : Angabe der Wahrscheinlichkeiten als Produkt oder Summe genügt!**

# MATHEMATIK-WETTBEWERB 1998/99 DES LANDES HESSEN

**Hinweis : Von jeder Schülerin / jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.**

## AUFGABEN DER GRUPPE B

1. Gib die jeweilige Lösungsmenge in aufzählender Form an;  $G = \mathbb{Z} = \{ \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots \}$ .

a)  $14x - 48 = 8(5x + 7)$

b)  $11(x - 3) < 5(3x - 7) + 11$

c)  $(5x - 6)^2 > 5(5x^2 - 6)$

d)  $3x(9x - 2) - 132 < (3x + 4)(3x - 4) - (6x - 46)$

2. a) Herr Gärtner legt bei einer Bank 7200 DM zu einem Zinssatz von 4 % für 7 Monate an. Berechne die Zinsen, die er nach dieser Zeit erhält.

b) Peter liest folgende Anzeige: **ANGEBOT: 6000 DM für 5 Monate; Zinsen 155 DM.** Berechne den Zinssatz.

c) In wie vielen Tagen hat sich ein Kapital bei einem Zinssatz von 4 % von 3500 DM auf 3517,50 DM erhöht?

d) Frau Heller legt ihr Geld zu einem Zinssatz von 3,5 % für acht Monate an. Nach Ablauf dieser Zeit erhält sie zusätzlich zu den Zinsen noch eine Prämie von 120 DM. Ausgezahlt werden ihr 12400 DM. Berechne das Anfangsguthaben.

**BEACHTE: 1 Jahr entspricht 360 Tagen.**

3. a) Peter hat aus kleinen Quadern einen Körper (siehe Bild 1) gebaut, den er mit roter Farbe (mit Ausnahme der Bodenfläche) besprüht. Bei wie vielen Quadern besprüht er genau

- (1) fünf rote Seitenflächen,
- (2) vier rote Seitenflächen,
- (3) drei rote Seitenflächen,
- (4) zwei rote Seitenflächen,
- (5) eine rote Seitenfläche,
- (6) keine rote Seitenfläche?

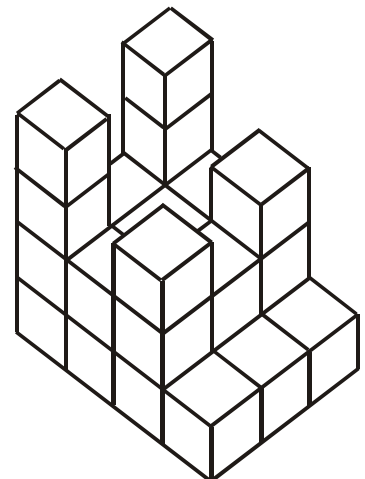


Bild 1

b) Bild 2 zeigt einen Körper, der ebenfalls aus gleich großen Quadern gebaut wurde.

- (1) Gib an, aus wie vielen Quadern dieser Stapel mindestens besteht.
- (2) Die unterste Schicht dieses Körpers bestehe aus 12 Quadern. Gib an, aus wie vielen Quadern der Stapel jetzt
  - α) mindestens,
  - β) höchstens besteht?

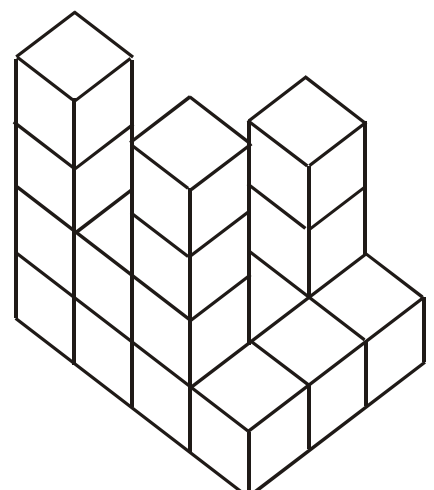
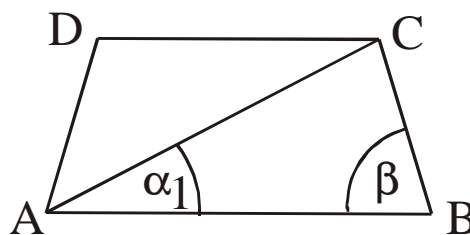


Bild 2

4. a) Konstruiere ein gleichschenkliges Trapez ( $|AD| = |BC|$ ) mit  $|AB| = 8 \text{ cm}$ ,  $\alpha_1 = 40^\circ$ ,  $\beta = 80^\circ$  und  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ .



- b) Berechne die Größe der Winkel  
 (1)  $\angle ADC$ ,  
 (2)  $\angle DCA$ .
- c) Die Diagonalen  $\overline{AC}$  und  $\overline{BD}$  schneiden sich im Punkt P. Spiegele den Punkt P  
 (1) an AD; benenne den Spiegelpunkt von P mit E. Zeichne das Viereck APDE.  
 (2) an BC; benenne den Spiegelpunkt von P mit F. Zeichne das Viereck BFCP.
- d) Berechne die Größe der Winkel  
 (1)  $\angle PFB$ ,  
 (2)  $\angle EFP$ .
- e) Wie groß müsste in einer entsprechend konstruierten Figur der Winkel  $\beta$  gewählt werden, damit die Punkte E, P und F auf einer Geraden liegen?

5. Zum Lösen der folgenden Aufgaben ist zunächst eine entsprechende Gleichung aufzustellen.
- a) Großvater Wilhelm ist 24 Jahre älter als sein Sohn Max, der wiederum ist 35 Jahre älter als sein Sohn Moritz. Wie alt sind Wilhelm, Max und Moritz, wenn sie zusammen 100 Jahre alt sind?
- b) Eine Klasse hat weniger als 33 Schülerinnen und Schüler. Bei einer Klassenarbeit hatte der 3. Teil der Schüler eine ‚2‘, ein Sechstel eine ‚3‘ und ein Viertel eine ‚4‘ geschrieben. Der 8. Teil der Schüler hatte keine ausreichende Note. Wie viele Schüler hatten eine ‚1‘?
- c) Verlängert man eine Seite eines Quadrates um 9 cm und verkürzt die andere Seite um 6 cm, so erhält man ein flächeninhaltgleiches Rechteck. Bestimme die Länge der Quadratseite.

6. a) Wie viele zweistellige Zahlen bestehen aus geraden Ziffern (0, 2, 4, 6, 8), wenn  
 (1) jede Ziffer auch mehrfach vorkommen kann,  
 (2) jede Ziffer höchstens einmal vorkommen soll?
- b) (1) Nenne die größte und die kleinste dreistellige Zahl aus geraden Ziffern.  
 (2) Nenne die größte und die kleinste dreistellige Zahl aus geraden Ziffern, bei der jede Ziffer nur einmal vorkommen darf.  
 (3) Notiere alle dreistelligen Zahlen aus geraden Ziffern zwischen 600 und 700, bei denen jede Ziffer nur einmal vorkommt.  
 (4) Wie viele dreistellige Zahlen bestehen nur aus geraden Ziffern, wenn jede Ziffer nur einmal vorkommen darf?
- c) Wie viele vierstellige Zahlen bestehen nur aus geraden Ziffern, wenn jede Ziffer nur einmal vorkommen darf?

7. Gegeben ist eine Folge von Rechtecken, deren Breite jeweils 2 cm kleiner ist als die Länge. Fülle die Tabelle aus!

					10. Rechteck der Folge					
Länge in cm	3	4	5	...	9	...				
Breite in cm	1	2	3	...		...				
Flächeninhalt in $\text{cm}^2$	$3 = 2^2 - 1$	$= 3^2 - 1$	$= \square^2 - 1$	...	$=$	...	$= 675 =$	$=$	$89999 =$	
				...		...		$100^2 - 1$		

# MATHEMATIK-WETTBEWERB 1998/99 DES LANDES HESSEN

**Hinweis : Von jeder Schülerin / jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.**

## AUFGABEN DER GRUPPE C

- Der Preis eines Mantels ( 720 DM ) wird im Sommerschlussverkauf (SSV) um 35 % herabgesetzt. Berechne den Preis des Mantels im SSV.
  - Der Preis eines Kostüms wurde im SSV von 500 DM auf 310 DM herabgesetzt. Wie viel Prozent betrug die Preissenkung?
  - Durch eine Preissenkung von 36 % wurde ein Hosenanzug im SSV um 108 DM billiger. Berechne den Preis des Hosenanzugs im SSV.
  - Der Preis eines Abendkleides ( 400 DM ) wurde im SSV um 20 % gesenkt. Es wurde jedoch nicht verkauft. Nach dem SSV soll das Kleid wieder zum Preis von 400 DM verkauft werden. Um wie viel Prozent muss der SSV-Preis erhöht werden?

- Bestimme jeweils die Lösungsmenge! Beachte  $G = \mathbb{Z} = \{ \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots \}$

(1)  $5 \cdot (x - 2) = 2x + 23$

(2)  $2 \cdot (3x + 4,5) = 2 \cdot (x - 1) - 1$

(3)  $7 + x < 8 - x$

- Wenn du von einer Zahl  $x$  die Zahl 4 subtrahierst und diese Differenz mit 3 multiplizierst, erhältst du die Zahl 12. Stelle eine entsprechende Gleichung auf und bestimme  $x$ .
- Heike ist 6 Jahre älter als Peter, Peter ist 7 Jahre älter als Eva. Zusammen sind sie 50 Jahre alt. Stelle eine entsprechende Gleichung auf und bestimme das Alter von Heike, Peter und Eva!

- Herr Groh hat ein Auto, das auf 100 km 6,8 Liter Benzin verbraucht.

- Wie viel Liter Benzin verbraucht sein Auto auf einer Strecke von 425 km?
- Wie viel km kann dieses Auto mit 35,7 Liter Benzin fahren?
- Herr Groh tankt für 51 DM Benzin. Wie viel km kann er mit dem getankten Benzin fahren, wenn ein Liter Benzin 1,50 DM kostet?
- Mit vollem Tank tritt Herr Angeli eine Fahrt von 350 km an. Danach tankt er wieder voll und bezahlt 39,20 DM. Ein Liter Benzin kostet an dieser Tankstelle 1,60 DM. Wie viel Liter Benzin verbraucht Herr Angelis Auto auf 100 km?

- Zeichne das Dreieck mit den in der Skizze angegebenen Maßen. Verschiebe das Dreieck ABC so, dass der Punkt A' auf B fällt. Benenne die Bildpunkte von B bzw. C mit B' bzw. C'.

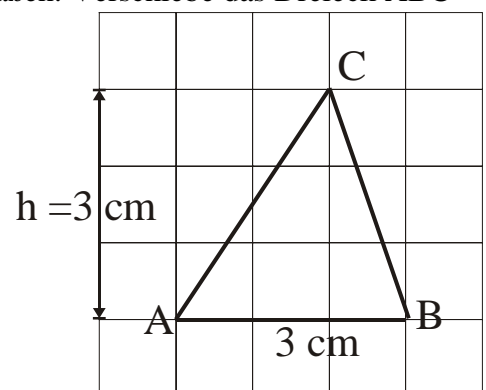
- Bestimme den Flächeninhalt

- des Dreiecks ABC,
- des Vierecks ABC'C,
- des Vierecks AB'C'C.

- Verbinde C mit B'.

- Gib den Flächeninhalt des Dreiecks AB'C an.
- Gib ihn als Bruchteil des Flächeninhalts von Viereck AB'C'C an. Kürze!

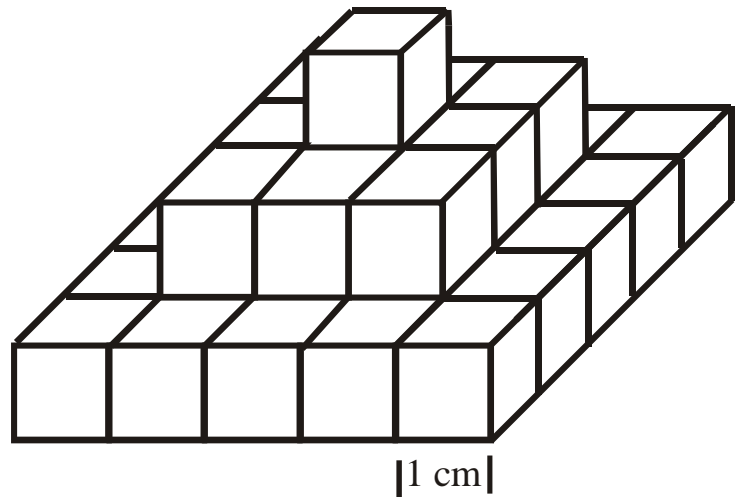
- Die Höhe  $h$  des Vierecks AB'C'C wird so verändert, dass sein Flächeninhalt  $18 \text{ cm}^2$  beträgt. Die parallelen Seiten  $\overline{AB'}$  und  $\overline{CC'}$  behalten ihre Länge. Bestimme die Höhe  $h$ .



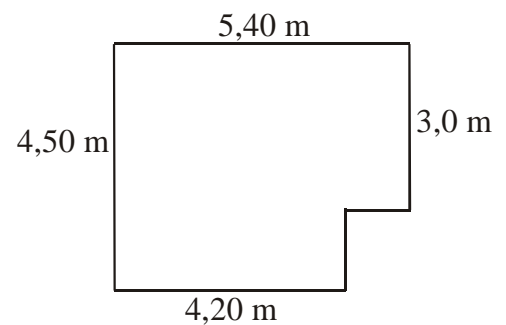
### 3. RUNDE

18.5.1999

5. Eine Pyramide ( siehe Skizze ) ist aus Würfeln ( Kantenlänge  $a = 1 \text{ cm}$  ) gebaut.
- Berechne das Volumen der 3-stufigen Pyramide.
  - Berechne die Oberfläche der 3-stufigen Pyramide ( einschließlich der Bodenfläche).
  - Wie viele Würfel braucht man **insgesamt**, um auf die gleiche Weise eine 5-stufige Pyramide zu bauen?
  - Wie viele Würfel braucht man allein für die **unterste Schicht**, wenn man auf die gleiche Weise eine 8-stufige Pyramide baut?



- 
6. a) Das Wohnzimmer von Familie Kurz erhält einen neuen Fußboden.
- Gib die Größe des Zimmers in  $\text{m}^2$  an.
  - Der Boden wird mit quadratischen Korkfliesen ( $a = 30 \text{ cm}$ ) ausgelegt. Wie viele Fliesen braucht man?



- Die Fußböden zweier Badezimmer werden gefliest. Die Fliesen werden dabei **nicht** auseinander geschnitten.
  - Der Fußboden eines Bades ist  $9 \text{ m}^2$  groß. Man braucht genau 225 quadratische Fliesen. Wie lang ist eine Fliese?
  - Der Fußboden des anderen Bades ist  $2,70 \text{ m}$  lang. Man braucht genau 216 Fliesen ( $a = 20 \text{ cm}$ ;  $b = 15 \text{ cm}$ ). Welche Breite hat das rechteckige Bad?

- 
7. Wie viel DM kostet der Eintritt für einen Erwachsenen, wie viel DM für ein Kind?
- Drei Erwachsene und vier Kinder zahlen zusammen 125 DM Eintritt. Kinder zahlen die Hälfte des Eintrittspreises der Erwachsenen.
  - Zwei Erwachsene und drei Kinder zahlen zusammen 72 DM Eintritt. Ein Erwachsener zahlt 6 DM mehr als ein Kind.
  - Vier Erwachsene und ein Kind zahlen zusammen 70 DM Eintritt, während zwei Erwachsene und zwei Kinder zusammen 50 DM bezahlen.
-