

AUFGABEN DER GRUPPE A

P
F
L
I
C
H
T
A
U
F
G
A
B
E
N

1. Bestimme jeweils alle Zahlenpaare $(x|y)$, $x, y \in \mathbb{Z}$ mit $-5 \leq x \leq 5$ und $-5 \leq y \leq 5$, für die gilt:
- $y + 2x = 4$ und $y \geq x$
 - $4y - x^2 = 0$
 - $x^2 + y^2 = 2xy$
 - $2y^2 + x^2 \leq 4$
2. a) (1) Konstruiere das Dreieck ABC aus $|AB| = 5 \text{ cm}$, $\alpha = 70^\circ$, $\beta = 50^\circ$.
 (2) Konstruiere die Winkelhalbierenden der Nebenwinkel von β und γ und bezeichne deren Schnittpunkt mit D.
 (3) Berechne die Größe des Winkels $\delta = \angle CDB$.
 b) In einer entsprechend konstruierten Figur sind $0^\circ < \beta \leq 90^\circ$ und $\delta = 45^\circ$. Wie groß ist α ?
 c) Wie groß sind in einer entsprechend konstruierten Figur α und β , wenn das Viereck ABDC eine Raute ist?
-

3. Gib die jeweilige Lösungsmenge in aufzählender Form an ; $G = \mathbb{Z}$.

- $(x^2 - 4)(x^2 + 4) = 0$
- $(x^2 - 4)^2 = 144$
- $(x^2 - 4)^3 < 1$
- $(x^2 - 4)^4 \geq 36(x^2 - 4)^2$

W
A
H
L
A
U
F
G
A
B
E
N

4. In einem alten Mathematikbuch findet man folgende Regeln zum Quadrieren von zweistelligen natürlichen Zahlen:

- (I) Bilde die Quadrate der Zehner- und Einerziffer und schreibe die Ergebnisse hintereinander. (Die Quadrate sind dabei zweistellig zu schreiben; also z.B.: 04 statt 4)**
- (II) Multipliziere die Zehnerziffer mit 20 und vervielfache damit die Einerziffer.**
- (III) Addiere die beiden Ergebnisse.**

Beispiel: $46^2 = 2116$ denn

	1636
	+ 480
	2116

- Berechne mit Hilfe dieser Regel: 76^2
- Beweise, daß diese Regel allgemeingültig ist.

- Subtrahiere von der natürlichen Zahl ihren Abstand zu 100, multipliziere das Ergebnis mit 100 und addiere das Quadrat des Abstandes.**

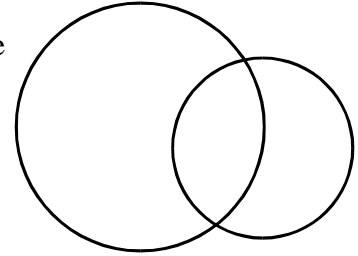
Beispiel: $89^2 = 7921$ denn $89 - 11 = 78$, $78 \cdot 100 = 7800$, $11^2 = 121$, $7800 + 121 = 7921$

- Berechne mit Hilfe dieser Regel: 91^2 , 78^2 .
- Beweise, daß diese Regel allgemeingültig ist.

5. a) Konstruiere das Dreieck ABC aus $|AB| = 5$ cm, $h_c = 7$ cm und dem Umkreisradius $r = 5$ cm.
 b) Konstruiere das Dreieck ABC aus $\alpha = 50^\circ$, $|AC| = 9$ cm und dem Inkreisradius $r = 2,5$ cm.
Die Berührungspunkte des Inkreises mit den Dreieckseiten sind zu konstruieren!
 c) Konstruiere das Dreieck ABC aus $|AB| = 6$ cm, $|AC| = 10$ cm und der Seitenhalbierenden $s_a = 6$ cm.

W
A
H
L
A
U
F
G
A
B
E
N

6. Ein Kreis zerlegt die Ebene in zwei Gebiete. Zwei sich schneidende Kreise zerlegen die Ebene in vier Gebiete (siehe Skizze)



- a) In wie viele Gebiete zerlegen drei Kreise die Ebene
 (1) mindestens,
 (2) höchstens ?
- b) (1) Zeichne drei Kreise so, daß die Ebene in sechs Gebiete zerlegt wird.
 (2) In wie viele Gebiete kann dann die Ebene durch einen vierten Kreis höchstens zerlegt werden?
- c) Welche Lage müssen vier Kreise haben, damit die Ebene in die größtmögliche Anzahl von Gebieten zerlegt wird?
- d) Eine Ebene wird durch Kreise in 32 Gebiete zerlegt. Gib die kleinste und die größte Anzahl der dazu notwendigen Kreise an!
7. Die Schlüssel zu 6 Geldkassetten sind zufällig auf diese Kassetten verteilt, je ein Schlüssel in jeder Kassette. Die Kassetten wurden jedoch mit einem 2. Schlüsselsatz verschlossen und stehen in einer Reihe.
- a) Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es, die 6 Schlüssel auf die 6 Kassetten so zu verteilen, daß in jeder Kassette ein Schlüssel liegt?
- b) Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es, die 6 Schlüssel auf die 6 Kassetten so zu verteilen, daß
 (1) in der 1., 2. und 3. Kassette der zur Kassette passende Schlüssel liegt und in den anderen Kassetten sich jeweils ein nicht passender Schlüssel befindet?
 (2) in genau 3 Kassetten der zur Kassette passende Schlüssel liegt?
- c) Eine Kassette wird zufällig ausgewählt und aufgebrochen.
 (1) Mit welcher Wahrscheinlichkeit kann man dann mit dem darin liegenden Schlüssel eine andere Kassette öffnen?
 (2) Mit welcher Wahrscheinlichkeit kann man dann alle übrigen Kassetten öffnen, ohne eine zweite Kassette aufzubrechen?
 (3) Mit welcher Wahrscheinlichkeit muß man alle Kassetten aufbrechen, um sie zu öffnen?

AUFGABEN DER GRUPPE B

P
F
L
I
C
H
T
A
U
F
G
A
B
E
N

1. Gib die jeweilige Lösungsmenge in aufzählender Form an ; $G = \mathbb{Z}$.
- $3(4x + 2) = 4 - (4x - 2)$
 - $x(4x + 2) > (x - 2)(4x + 2)$
 - $(4x + 2)^2 = 16x + 20$
 - (1) $(4x + 2)(4x - 2) = 16x^2 - 4$
(2) $(4x + 2)(4x - 2) = 16x^2 + 4$
2. a) Zeichne in ein Koordinatensystem mit der Einheit 1 cm ein Dreieck ABC mit den Eckpunkten A(-4|3), B(1|3) und C(2|6) ein.
b) Spiegele den Punkt A an der Geraden BC. Benenne den Bildpunkt von A mit A'. Bestimme den Flächeninhalt des Vierecks ABA'C, ohne zu messen.
c) Spiegele das Viereck ABA'C an der Geraden AA'. Bestimme den Flächeninhalt des Vierecks AC'A'C, ohne zu messen.
d) Bestimme die Koordinaten des Punktes D auf der Geraden BC so, daß das Viereck AC'A'D einen Flächeninhalt von 60 cm^2 hat.
-

W
A
H
L
A
U
F
G
A
B
E
N

3. a) Herr Sommer nimmt ein Darlehen von 4000 DM für 3 Monate auf. Der Zinssatz beträgt 8,5 %. Wieviel DM Zinsen muß er bezahlen?
b) Frau Winter überzieht ihr Konto für 10 Tage um 624 DM. Sie muß dafür 2,60 DM Zinsen bezahlen. Wieviel Prozent beträgt der Zinssatz?
c) Manuel hat ein Sparguthaben von 1620 DM, das mit 4 % verzinst wird. Nach wieviel Tagen sind seine Ersparnisse auf 1656 DM angewachsen?
d) Barbaras Sparguthaben ist in $\frac{1}{2}$ Jahr auf 6150 DM angewachsen. Der Zinssatz betrug 5 %.
Welchen Betrag hat sie vor einem $\frac{1}{2}$ Jahr eingezahlt?
- BEACHTEN : 1 Jahr = 360 Tage**
4. Für die Orte A-Dorf, B-Rode und C-Bach wird eine neue Kompostierungsanlage geplant. Wegen der Geruchsbelästigung soll sie möglichst weit weg von den Orten, wegen der Erreichbarkeit jedoch im Dreieck, das die drei Orte bilden, liegen. Folgende Entfernungen sind zu beachten:
- A-Dorf – C-Bach 6 km,
A-Dorf – B-Rode 9 km,
B-Rode – C-Bach 7,5 km.
- Konstruiere das Dreieck A-Dorf, B-Rode und C-Bach im Maßstab 1 : 100 000 [1 km \triangleq 1 cm].
 - (1) Die Anlage soll mehr als 4 km von jedem Ort entfernt liegen. Kennzeichne das innerhalb des Dreiecks in Frage kommende Gebiet.
(2) Welches Gebiet innerhalb des Dreiecks kommt in Frage, wenn der Standort 5 km von jedem Ort entfernt liegen soll?
 - Der Standort liegt gleich weit von A-Dorf und C-Bach entfernt, jedoch 5 km von B-Rode entfernt liegen. Konstruiere den Standort und kennzeichne ihn!

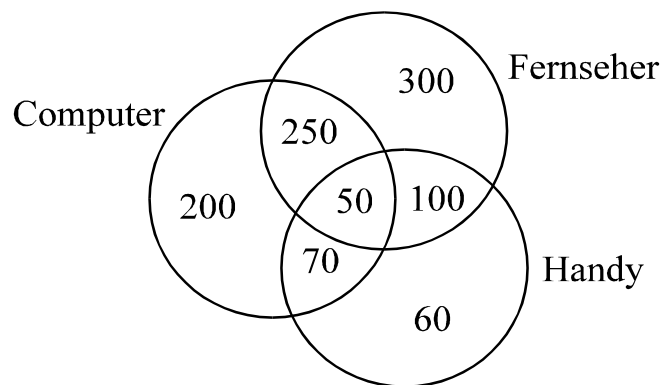
5. In einem Spiel werden weiße, gelbe, rote und blaue Chips benutzt. Chips gleicher Farbe haben den gleichen Wert.
- Für 3 weiße Chips erhält man 2 gelbe.** Andreas tauscht 26 weiße Chips in möglichst viele gelbe um. Wie viele gelbe und wie viele weiße Chips hat er nach dem Umtausch?
 - Für 8 gelbe Chips erhält man 5 rote.**
 - Wie viele weiße Chips muß Sarah für 15 rote und 2 gelbe Chips abgeben?
 - Wie viele rote Chips erhält Kai für 72 weiße?
 - Für 10 blaue Chips muß Peter 10 rote, 2 weiße und 4 gelbe abgeben.** Wie viele gelbe Chips braucht er mindestens, damit er sie ohne Rest in blaue umtauschen kann?
 - Dagmar kann alle ihre roten Chips in blaue umtauschen. Wie viele rote Chips hat sie, wie viele blaue erhält sie dafür? Gib eine Lösung an.

W
A
H
L
A
U
F
G
A
B
E
N

- Zeichne ein Dreieck ABC mit $|AB| = 8 \text{ cm}$, $\beta = 90^\circ$ und $|BC| = 6 \text{ cm}$. Zerlege das Dreieck ABC
 - in 2 rechtwinklige Dreiecke,
 - in 2 gleichschenklige Dreiecke.
- Zeichne ein Dreieck ABC mit $|AB| = 4 \text{ cm}$, $\beta = 90^\circ$ und $|BC| = 3 \text{ cm}$.
 - Füge an das Dreieck ABC ein rechtwinkliges Dreieck so an, daß beide zusammen wieder ein rechtwinkliges Dreieck bilden. Zeichne alle Lösungen!
 - Füge an das Dreieck ABC ein beliebiges – aber nicht rechtwinkliges – Dreieck so an, daß beide zusammen wieder ein rechtwinkliges Dreieck bilden. Zeichne eine Lösung! Wie viele Lösungen gibt es?
- Zeichne das Dreieck ABC aus Aufgabe b) noch einmal. Füge an das Dreieck ABC ein Dreieck so an, daß beide zusammen ein gleichschenkliges Dreieck bilden. Zeichne alle 4 Lösungen!

- Bei einer Umfrage wurde die Ausstattung der Haushalte mit Fernseher, Computer und Handy ermittelt. Das Ergebnis der Umfrage ist in dem nebenstehenden Diagramm dargestellt.

Wie viele der befragten Haushalte haben



- alle drei Geräte?
- sowohl einen Computer als auch einen Fernseher?
- nur einen Computer und ein Handy?
- einen Fernseher?

- Eine Umfrage über das Lesen von 3 Tageszeitungen brachte folgende Ergebnisse:

Von den Befragten lesen

alle drei Tageszeitungen	4 %
sowohl den Blickpunkt als auch die Standpauke	35 %
sowohl die Allgemeine als auch den Blickpunkt	21 %
sowohl sie Allgemeine als auch die Standpauke	29 %
die Standpauke	60 %
den Blickpunkt	62 %
die Allgemeine	57 %

- Trage die Ergebnisse in ein entsprechendes Diagramm ein.
- Wieviel % der Befragten lesen
 - nur die Allgemeine,
 - nur den Blickpunkt,
 - nur die Standpauke?
- Wieviel Prozent der Befragten lesen überhaupt keine dieser Zeitungen?

AUFGABEN DER GRUPPE C

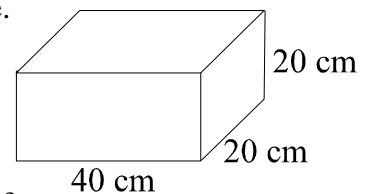
1. Die Eintrittspreise für ein Musical betragen:

Kategorie I DM 130

Kategorie II DM 110

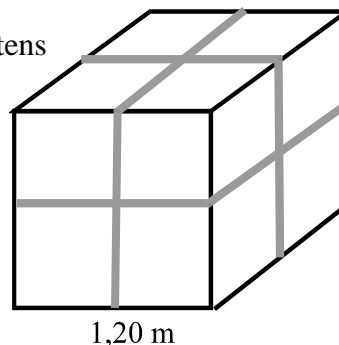
- a) Gruppen ab 10 Personen erhalten eine Preisermäßigung von 35 %. Wieviel DM kostet dann eine Gruppenkarte der Kategorie I?
- b) Schüler zahlen für Karten der Kategorie II nur 49,50 DM. Wieviel % beträgt die Preisermäßigung?
- c) Außerdem werden noch Karten der Preiskategorie III angeboten. Eine um 25 % ermäßigte Karte der Kategorie III kostet 67,50 DM. Wieviel DM kostet eine Karte der Kategorie III ohne Ermäßigung?

2. Ein quaderförmiger Baustein hat die in der Skizze angegebenen Maße.



- a) Die Bausteine werden zu einem Würfel mit 1,20 m Kantenlänge zusammengesetzt. Wie viele Bausteine benötigt man für einen Würfel?
- b) Die so zusammengesetzten Würfel werden vollständig mit Folie überzogen. Die Folie wird mit Bändern befestigt.

- (1) Wieviel m^2 Folie werden mindestens benötigt?
- (2) Wieviel m Band werden mindestens benötigt?



- c) Die so verpackten Bausteine werden auf einen Lkw verladen. Der Laderaum des Lkw ist 5 m lang, 2,80 m breit und 2,60 m hoch. Wie viele verpackte Würfel können auf einen Lkw geladen werden?

3. Bestimme jeweils die Lösungsmenge, $G = \mathbb{Z} = \{ \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots \}$

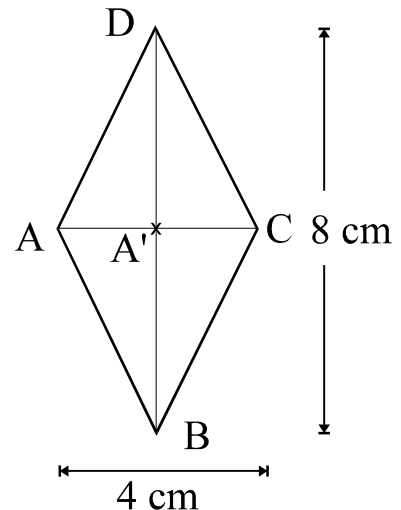
- a) $6x + 13 = 5x + 15$
- b) $2 \cdot (8x - 5) = 3 \cdot (4x + 2)$
- c) $2 \cdot (x + 6) = 4 - 2x$
- d) $x \cdot (x + 3) - x = 2x + 25$
- e) $2 \cdot (4x - 3) < 5x + 6$

4. Beachte: **1 Liter = 1000 ml**

- Um 12 m^2 Wandfläche zu streichen, benötigt man 750 ml Farbe. Wieviel Liter Farbe werden benötigt, um 100 m^2 Wandfläche zu streichen?
- Für 8 m^2 Wandfläche braucht man 375 ml Farbe. Wieviel m^2 Wandfläche kann man mit 6 Litern dieser Farbe streichen?
- Zum Streichen einer zweifarbigen (rot-blau) Wandfläche werden 8 Dosen von jeder Farbe benötigt. Die Gesamtkosten betragen 288 DM. Eine Dose rote Farbe ist 2 DM teurer als eine Dose blaue Farbe. Wieviel DM kostet eine Dose rote Farbe?

W
A
H
L
A
U
F
G
A
B
E
N

- Zeichne das Viereck ABCD mit den in der Skizze angegebenen Maßen.
 - Gib den Flächeninhalt des Vierecks ABCD in cm^2 an.
- Verschiebe das Viereck ABCD so, daß A auf A' fällt. Du erhältst das Viereck A'B'C'D'.
- Schraffiere das gemeinsame Flächenstück und gib seinen Flächeninhalt in cm^2 an.
- Verbinde B mit B' und D mit D'. Gib den Flächeninhalt des Sechsecks ABB'C'D'D in cm^2 an.
- Gib den Flächeninhalt des Vierecks AA'D'D in cm^2 an.



- Familie Meier plant ein Urlaubsreise. Sie überlegen zwei Möglichkeiten:
 - Mieten einer Ferienwohnung für 160 DM pro Übernachtung,
 - Benutzung ihres Wohnwagens, wobei für den Wohnwagenstellplatz 40 DM pro Übernachtung zu zahlen sind.
 - Meiers wollen 21 Übernachtungen buchen. Wieviel DM würden sie sparen, wenn sie mit dem Wohnwagen fahren, statt eine Ferienwohnung zu buchen?
 - Meiers Wohnwagen hat pro Jahr einen Wertverlust von 2400 DM. Wie viele Übernachtungen in der Ferienwohnung hätte man damit bezahlen können?
 - Familie Meier bucht die Ferienwohnung für 7 Übernachtungen. Wie viele Übernachtungen hätten sie für das gleiche Geld länger Urlaub machen können, wenn sie den Wohnwagen genommen hätten?
 - Herr und Frau Müller haben einen Zelturlaub gebucht. Sie reisen mit der Bahn. Die Fahrkarte für die Hin- und Rückfahrt kostet insgesamt 180 DM pro Person. Die Standgebühr für das Zelt beträgt pro Übernachtung 24 DM. Müllers haben für die Bahnfahrt und den Stellplatz insgesamt 888 DM gezahlt. Wie viele Übernachtungen haben sie gebucht?
- Addiert man drei aufeinanderfolgende Zahlen, so erhält man 45. Bestimme die drei Zahlen.
 - Wenn man die Summe dreier aufeinanderfolgender Zahlen von 100 subtrahiert, erhält man 43. Bestimme die drei Zahlen.
 - Wenn man von drei aufeinanderfolgenden Zahlen die beiden kleinsten Zahlen addiert und von dieser Summe die größere Zahl subtrahiert, dann erhält man 20. Bestimme die drei Zahlen.