

**Mathematik-Wettbewerb 1970 in Hessen**

2. Runde: 17. April 1970

Klasse 8: Hauptschulen

**Aufgaben:**

1. Ein Würfel aus Stein hat eine Kantenlänge von 360 mm und wiegt 116,640 kp.\*)  
Wieviel kp\*) wiegt ein Würfel mit 9,0 cm Kantenlänge aus gleichem Material?  
Runde das Ergebnis auf 3 Stellen!

\*) Falls Maßeinheit kp noch nicht bekannt, verwende statt kp („Kilopond“) die Dir bekannte Maßeinheit Kilogramm. - 1 Kilopond = 1000 Pond (p).

2. Sechs Temperaturmessungen, in gleichen Zeitabständen im Laufe eines Wintertages durchgeführt, ergaben für jenen Tag eine Durchschnittstemperatur von  $-2^{\circ}\text{C}$ .

Eine Messung brachte  $+3^{\circ}\text{C}$ , zwei weitere zeigten je  $0^{\circ}\text{C}$ , eine ergab  $-5^{\circ}\text{C}$ , eine andere  $-6^{\circ}\text{C}$ .

Wieviel  $^{\circ}\text{C}$  wurden bei der sechsten Messung festgestellt?

3. Die Fläche eines Quadrats ist neunmal so groß wie die eines anderen. In welchem Verhältnis steht der Umfang des kleineren Quadrats zu dem des größeren?  
Gib dazu ein Beispiel an!

4. Hans leert seine Sparbüchse und findet nur 5- und 10-Pfennigstücke.  
Es sind 55 Münzen im Wert von DM 4,80.

Wieviel 10-Pfennigstücke, wieviel 5-Pfennigstücke enthielt die Sparbüchse?

5. Jemand hat DM 16000,- ausgeliehen. Als Zinssatz waren 5% vorgesehen. Der Verleiher möchte jedoch als Zinsen monatlich DM 20,- mehr einnehmen.

Welchen Zinssatz muß er fordern?

6. Die Seiten eines Buches sind von 1 an fortlaufend numeriert. Zum Schreiben der Seitenzahlen brauchte man 195 Ziffern.

Wieviel Seiten hat das Buch?

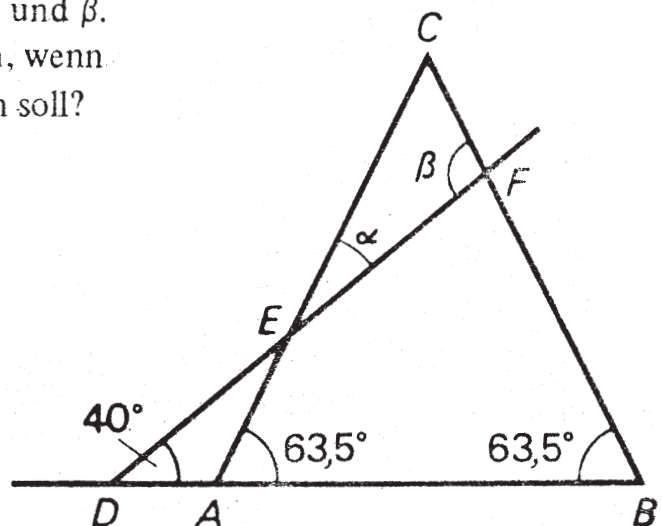
Mathematik-Wettbewerb 1970 in Hessen

2. Runde: 17. April 1970

Klasse 8: Realschulen

Aufgaben:

1. Hans leert seine Sparbüchse und findet nur 5- und 10-Pfennigstücke. Es sind 55 Münzen im Wert von DM 4,80.  
Wieviel 10-Pfennigstücke, wieviel 5-Pfennigstücke enthielt die Sparbüchse?
2. In einem Rechteck schneiden sich die Diagonalen unter einem Winkel von  $60^\circ$ .  
Gib das Verhältnis der Länge der Diagonalen zur Länge der kürzeren Seite an.
3. Die Summe dreier natürlicher Zahlen beträgt 19.  
Bei Vergrößerung der ersten Zahl um 2 erhält Du den gleichen Wert wie bei Halbierung der zweiten Zahl oder bei Verdoppelung der dritten.  
Wie heißen die Zahlen?
4. Ermittle eine ganzzahlige Lösung zu jeder der folgenden Gleichungen:
  - a)  $(x^4 - 15)(x - 5) = -3(x^4 - 15)$
  - b)  $(x^9 - 21)(x - 5) = (x^9 - 21)$
  - c)  $(x^{12} - 4)(x + 2) = 0$
5. a) Berechne die Größe der Winkel  $\alpha$  und  $\beta$ .  
b) Wie groß müsste Winkel  $EDA$  sein, wenn das Dreieck  $EFC$  gleichschenkelig sein soll?



6. Die Seiten eines Buches sind von 1 an fortlaufend numeriert. Zum Schreiben der Seitenzahlen brauchte man 534 Ziffern.  
Wieviel Seiten hat das Buch?

Mathematik-Wettbewerb 1970 in Hessen

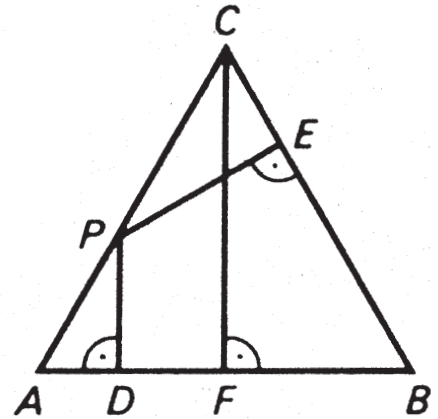
2. Runde: 17. April 1970

Klasse 8: Gymnasien

Aufgaben:

1.  $P$  ist ein beliebiger Punkt des gleichseitigen Dreiecks  $ABC$ .

Zeige:  $\overline{PD} + \overline{PE} = \overline{CF}$



2. Zeige, daß für jede natürliche Zahl  $n$  gilt:

a)  $n^3 - n$  ist gerade.

b)  $n^3 - n$  ist durch 3 teilbar.

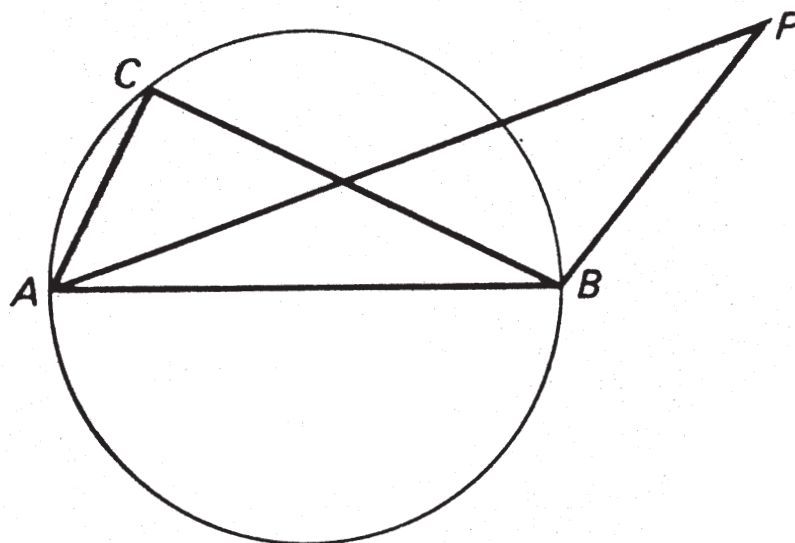
(Anleitung: Zerlege  $n^3 - n$  in drei Faktoren).

3. Die Seiten eines Buches sind von 1 an fortlaufend numeriert. Zum Schreiben der Seitenzahlen brauchte man insgesamt 2886 Ziffern.

Wieviel Seiten hat das Buch?

4.  $AB$  ist Kreisdurchmesser,  $C$  ein beliebiger Punkt des Kreises,  $P$  ein beliebiger Punkt außerhalb des Kreises.

Beweise:  $\sphericalangle ACB > \sphericalangle APB$



5.  $a \circ b$  bedeute innerhalb der Menge der natürlichen Zahlen (einschließlich Null):

$$a \circ b = a^2 + b^2$$

a) Berechne:  $5 \circ 7$ ,  $13 \circ 0$

b) Prüfe, ob für alle natürlichen Zahlen  $a, b$  gilt:

$$a \circ b = b \circ a$$

c) Überprüfe ebenso:

$$(a \circ b) \circ c = a \circ (b \circ c)$$

d) Löse die Gleichungen:

$$1 \circ x = 1$$

$$x \circ 5 = 6$$

$$x \circ x = 162$$

6. Die Wahrscheinlichkeit, mit einem Würfel eine Zahl kleiner als 3 zu würfeln, ist  $2/6$  (gekürzt  $1/3$ ), weil die Zahl der möglichen Fälle 6 ( $(\cdot, \cdot \cdot; \cdot \cdot \cdot; \cdot \cdot \cdot; \cdot \cdot \cdot; \cdot \cdot \cdot; \cdot \cdot \cdot)$ ) und die Zahl der günstigen Fälle 2 ( $(\cdot, \cdot \cdot)$ ) ist.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit,

a) die Zahl 3 zu würfeln?

b) keine 4 zu würfeln?

c) daß beim Werfen zweier Würfel mindestens einer eine 5 zeigt?

d) daß beim Werfen zweier Würfel die Augensumme 5 beträgt?