Mathematik-Wettbewerb 1969 in Hessen
3. Runde: 14. Mai 1969
Klasse 8 · Hauptschulen

Aufgaben:

1. 100 gleich große Würfel stehen zur Verfügung. Baue daraus den größtmöglichen. Es bleibt ein Rest. Stelle daraus abermals den größtmöglichen zusammen. Wiederum bleiben etliche Würfel übrig. Sie reichen aber aus, um hieraus *einen* dritten größtmöglichen Würfel zu erstellen.

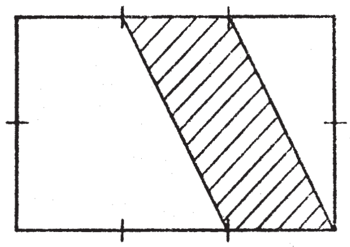
a) Wie viele der gleich großen Würfel werden für jeden zusammengesetzten gebraucht?

b) Wie viele der kleinen Würfel bleiben nun noch übrig?

2. Von drei Zahlen ist die erste doppelt so groß wie die dritte, die zweite um 5 kleiner als die erste.
Wie heißen die Zahlen, wenn ihre Summe 500 beträgt?

3. Ein Vater, der vor 3 Monaten 56 Jahre alt wurde, ist jetzt $4\frac{1}{2}$ mal so alt wie sein Sohn.
Wie alt ist der Sohn jetzt?

4. Die schraffierte Fläche ist 128 m^2 groß. (Markierungen kennzeichnen gleiche Entfernungen).



a) Wie groß ist die nichtschraffierte Fläche?

b) Berechne den Umfang des Rechtecks!

5. Bei einem Autorennen bekommen die Sportwagen eine Vorgabe von 40 Minuten gegenüber den Rennwagen. Es siegt ein Rennwagen mit 5 Minuten Vorsprung vor dem ersten Sportwagen. Für den Rennwagen wurde bei einer Fahrzeit von 4 Stunden 30 Minuten eine mittlere Geschwindigkeit von 126 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ errechnet.
Wie groß war die mittlere Geschwindigkeit des schnellsten Sportwagens?

6. Herr Müller hat 2 Garagen für insgesamt 8 000,– DM gebaut. Er vermietet sie. Die jährlichen Unkosten für Instandhaltung und Beleuchtung betragen zusammen 160,– DM. Sie werden von den Mietern gefordert. Von den verbleibenden Mieteinnahmen muß Herr Müller noch 20% Steuern zahlen.
Sein Reingewinn beträgt 8% der Baukosten.
Wie hoch ist die Monatsmiete für jede Garage?

Mathematik-Wettbewerb 1969 in Hessen
3. Runde: 14. Mai 1969
Klasse 8 · Realschulen

Aufgaben:

1. 100 Würfelchen von je 8 cm^3 Rauminhalt stehen zur Verfügung. Baue daraus den größtmöglichen Würfel zusammen. Es bleibt eine Anzahl Würfelchen übrig. Stelle daraus abermals den größtmöglichen Würfel zusammen. Wiederum bleiben etliche Würfelchen übrig. Sie reichen aus, um nochmals *einen* größtmöglichen Würfel zusammenzusetzen.

a) Bestimme die Anzahl der Würfelchen, die jeweils nach der Zusammensetzung der größtmöglichen Würfel übrigbleiben.

b) Welche Kantenlänge haben jeweils die zusammengesetzten Würfel?

2. Wie heißen die nächsten drei Zahlen der beiden Folgen:

a) 3, – 6, 12, . . .

b) 1, 2, 6, 24, . . .

3. Eine dreiziffrige Zahl mit der Quersumme 15 hat in der Mitte die Ziffer 5. Vertauscht man die äußeren Ziffern miteinander, so erhält man eine Zahl, die um 198 größer ist als die erste.
Wie heißt die erste Zahl?

4. In einem Viereck kannst du zwei Diagonalen zeichnen.

a) Wie viele Diagonalen lassen sich jeweils in einem Fünfeck und in einem Sechseck zeichnen?

b) Wie kann man die Zahl der Diagonalen in einem n-Eck bestimmen?

5. Bestimme die fehlenden Ziffern:

```
□ □ □ · □ □ □
──────────────
  □ □ □ □
    4 8 9 5
      □ □ □
──────────────
  □ □ □ 6 2 □
```

6. Von den vier Mitgliedern einer Kapelle – Alfred, Bodo, Claus und Detlef – wohnt einer im Norden, einer im Osten, einer im Süden und einer im Westen der Stadt.
Zwei Musiker, Alfred und der im Norden wohnende, spielen Geige. *Zwei andere*, Claus und der im Osten wohnende, können keine Geige spielen. Detlef ist jünger als der im Norden wohnende Musiker. Claus ist älter als der im Westen wohnende.

a) Wo wohnen die einzelnen Musiker?

b) Welche Musiker spielen Geige?

Mathematik-Wettbewerb 1969 in Hessen
3. Runde: 14. Mai 1969
Klasse 8 · Gymnasien

Aufgaben:

1. Gesucht ist innerhalb eines Vierecks derjenige Punkt, für den die Summe seiner Entfernungen zu den Ecken des Vierecks so klein wie möglich ist. Die Antwort ist zu begründen. Das Viereck soll keine einspringenden Ecken haben, jeder Winkel also kleiner als 180° sein.
   (Anleitung: Weise für jeden anderen Punkt als dem von Dir vermuteten nach, daß die Summe seiner Entfernungen größer ist.)

2. a) Zeige, daß für einen Bruch ($\frac{a}{b}$, a und b natürliche Zahlen) und seinen Kehrbruch ($\frac{b}{a}$) gilt:
   $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geqq 2.$

   b) Für welche natürlichen Zahlen a, b gilt das Gleichheitszeichen?

3. Eine sechsziffrige Zahl hat als letzte Ziffer (Einerziffer) 6. Streicht man diese Ziffer und stellt sie als erste voran, dann erhält man das Vierfache der Ausgangszahl. Wie heißt sie?

4. Bei der Fußballweltmeisterschaft 1966 gilt am 19.7.66 in der Gruppe 3 folgende Tabelle:

	Spiele			*Torverhältnis*
	gewonnen	unentschieden	verloren	
Portugal	3	0	0	9 : 2
Ungarn	1	0	1	4 : 4
Brasilien	1	0	2	4 : 6
Bulgarien	0	0	2	0 : 5

   Das Spiel Ungarn-Bulgarien muß noch ausgetragen werden. Gewinnt die bulgarische Mannschaft, dann stehen Ungarn, Brasilien und Bulgarien gleich. Über den Tabellenplatz entscheidet in einem solchen Fall allein das bessere Torverhältnis. Wie muß das Spiel ausgehen, damit Brasilien noch den zweiten Tabellenplatz erreicht?
   Wie lautet dann der endgültige Tabellenstand?

5. Wieviel Diagonalen hat ein n-Eck?

6. Von den vier Mitgliedern einer Kapelle – Alfred, Bodo, Claus und Detlef – wohnt einer im Norden, einer im Osten, einer im Süden und einer im Westen der Stadt.
   Zwei Musiker, Alfred und der im Norden wohnende, spielen Geige. *Zwei andere,* Claus und der im Osten wohnende, können keine Geige spielen. Detlef ist jünger als der im Norden wohnende Musiker. Claus ist älter als der im Westen wohnende.

   a) Wo wohnen die einzelnen Musiker?

   b) Welche Musiker spielen Geige?